CONCOURS NATIONAL COMMUN
D'ADMISSION AUX GRANDES ECOLES D'INGENIEURS MAROCAINES

SESSION : 2026

FILIERE : TSI

EPREUVE DE GENIE MECANIQUE

DUREE : 3 HEURES

AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISE

LES CALCULATRICES SONT AUTORISEES

Le sujet est présenté comme suit :

- **Une** page de garde non numérotée,
- Enoncé de l'épreuve : pages numérotées de **2** à **11**.
- **Un** document annexe **: page 12.**
- **Deux** documents réponses (**DR1 et DR2) : pages 13 et 14** (**A rendre avec la copie même vides**).

Le sujet se compose de :

- **Un exercice préliminaire (Partie 1) noté sur 4/20,**
- **Cinq parties indépendantes (Partie 2 à Partie 6) et leurs paramétrages sont aussi indépendants.**

Nota :

- Il est vivement conseillé de commencer votre composition par l'exercice préliminaire et de bien mentionner la fin de l'exercice préliminaire avant d'entamer les autres parties du sujet.
- Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.
- Le candidat attachera toute l'importance à la clarté, la précision et la concision de sa rédaction.

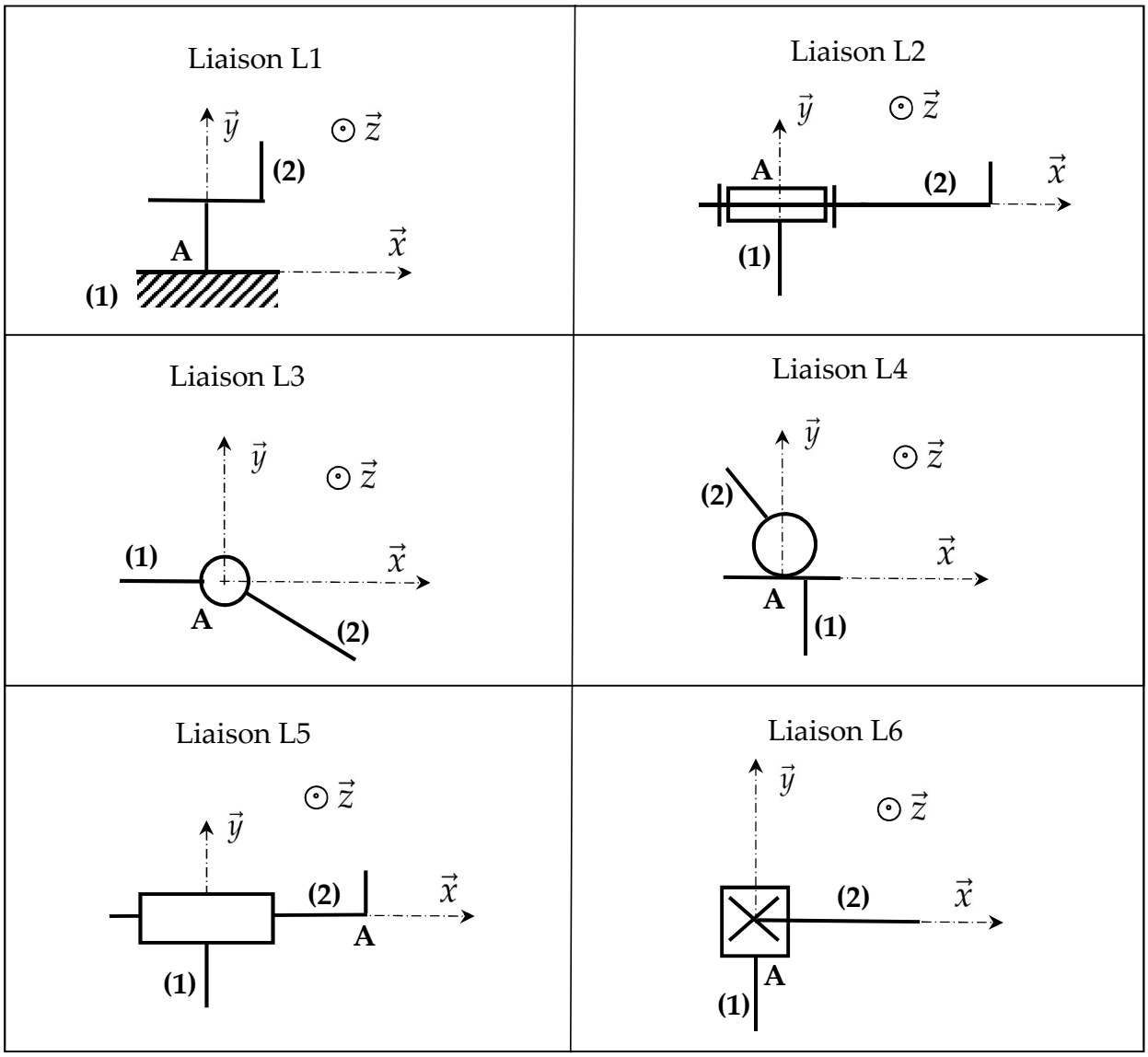
Page de garde non numérotée

Partie 1 : Exercice préliminaire (4 points sur 20)

Question1. Sur le document réponse DR1, compléter le tableau des liaisons indiquées ci-dessous (supposées parfaites) en remplissant pour chaque liaison les composantes du torseur cinématique et celles du torseur d'action mécanique transmissible (voir formes des torseurs ci-après).

Forme du torseur cinématique : $\{\vartheta(2/1)\}_{Point} = {}_{Point}\left\{\begin{array}{c|c} \alpha & u \\ \beta & v \\ \gamma & w \end{array}\right\}_{Base}$

Forme du torseur d'action mécanique: $\{\tau_{1\to 2}\}_{Point} = {}_{Point}\left\{\begin{array}{c|c} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{array}\right\}_{Base}$



Fin de l'exercice préliminaire.

UNITE DE PRODUCTION DES BOUTEILLES

Présentation du système :

Ce sujet concerne une unité de production de bouteilles contenant un produit toxique.

Le sujet s'intéresse au poste de capsulage, le tri et l'évacuation des bouteilles, ainsi qu'à la vérification de la conformité des bouteilles aux normes de sécurité en vigueur.

La figure 1 représente la disposition partielle des principaux constituants étudiés dans le sujet.

Les bouteilles déjà remplies et fermées par un premier bouchon arrivent sur le convoyeur d'arrivée. Elles sont ensuite capsulées au poste de capsulage (voir figure 1) par un deuxième bouchon métallique pour les sécuriser.

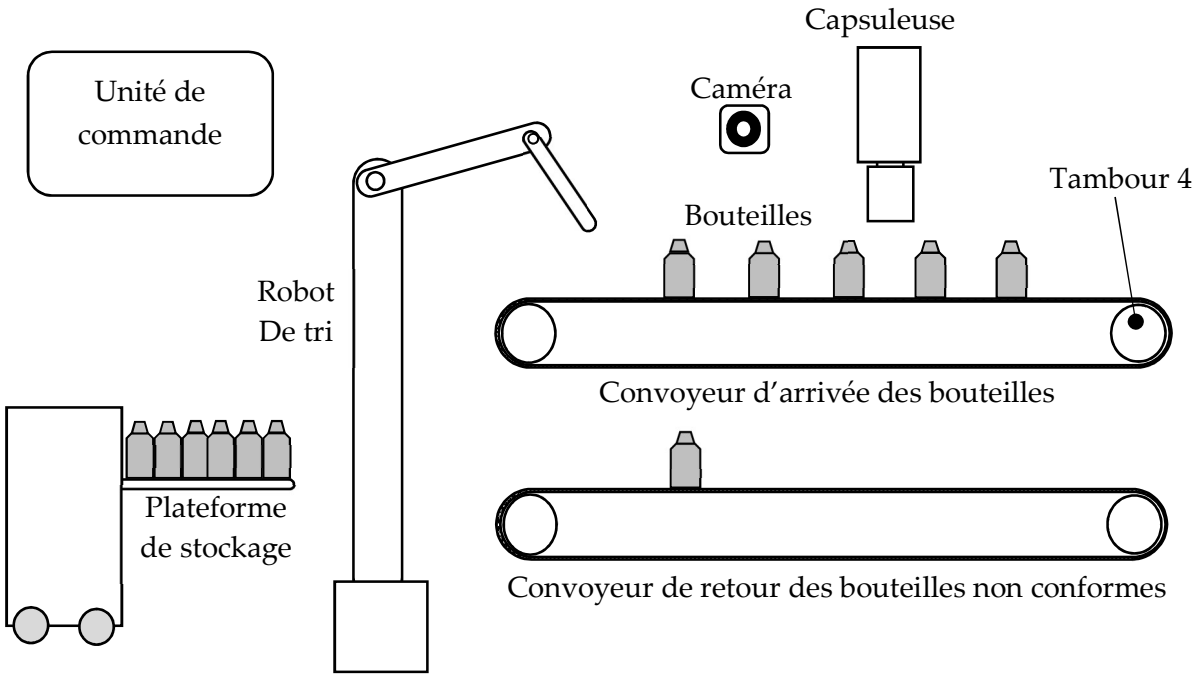


Figure 1 : Constituants du poste de capsulage et de tri des bouteilles.

Pour vérifier la conformité des bouteilles aux normes de sécurité imposées, un programme de reconnaissance d'images est intégré à l'unité de commande principale utilisant les images filmées par une caméra spéciale.

Le diagramme partiel des exigences et le diagramme des cas d'utilisation du robot seul sont donnés sur le document Annexe.

Partie 2 : Étude du mécanisme de capsulage des bouteilles.

Le modèle proposé par le constructeur pour le système de capsulage des bouteilles est représenté sur la figure 2.

Le mécanisme est actionné par un vérin verticale. Les bouchons de capsulage des bouteilles arrivent sur une règle horizontale non représentée sur la figure.

Pendant l'opération de capsulage, le convoyeur est à l'arrêt et la bouteille est calée par deux flasques en caoutchouc en même temps que la sortie de la tige du vérin (voir figure).

L'opération et gérée par l'unité de commande principale.

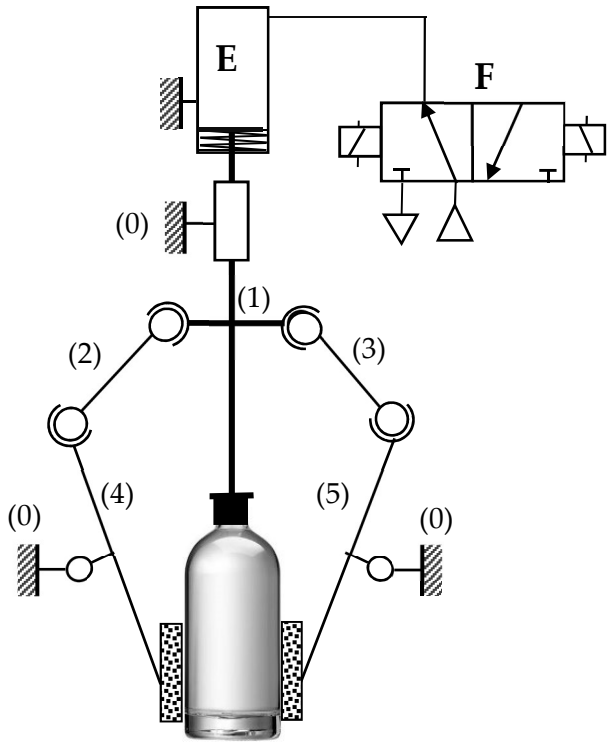


Figure 2 : Capsuleuse en position sortie du vérin.

Question 2-1 : Donner les noms des éléments E et F de la figure 2 et indiquer le type d'énergie utilisée pour alimenter l'actionneur (répondre sur le document réponse DR2) .

Question 2-2 : Sur le document réponse DR2, compléter le schéma du montage pour la position rentrée du vérin.

Pour vérifier les contraintes de montage lors des entretiens éventuels du mécanisme, on considère le schéma cinématique simplifié de la figure 3.

Question 2-3 : Donner les degrés de mobilité utiles et internes en indiquant les mouvements concernés.

Question 2-4 : Déterminer le degré d'hyperstatisme « h » du mécanisme.

Question 2-5 : Conclure en expliquant l'effet du degré d'hyperstatisme déterminé précédemment sur le montage et la réalisation du système.

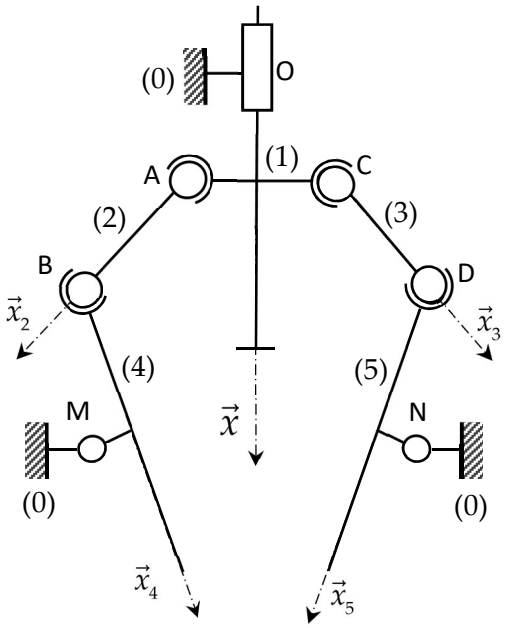


Figure 3 : Schéma simplifié de la capsuleuse.

Partie 3 : Étude de l'entrainement du convoyeur d'arrivée.

L'entrainement du convoyeur est réalisé à l'aide d'une chaîne de puissance composée d'un moteur électrique, d'un réducteur R_1 et d'un réducteur poulies courroie (figure 4).

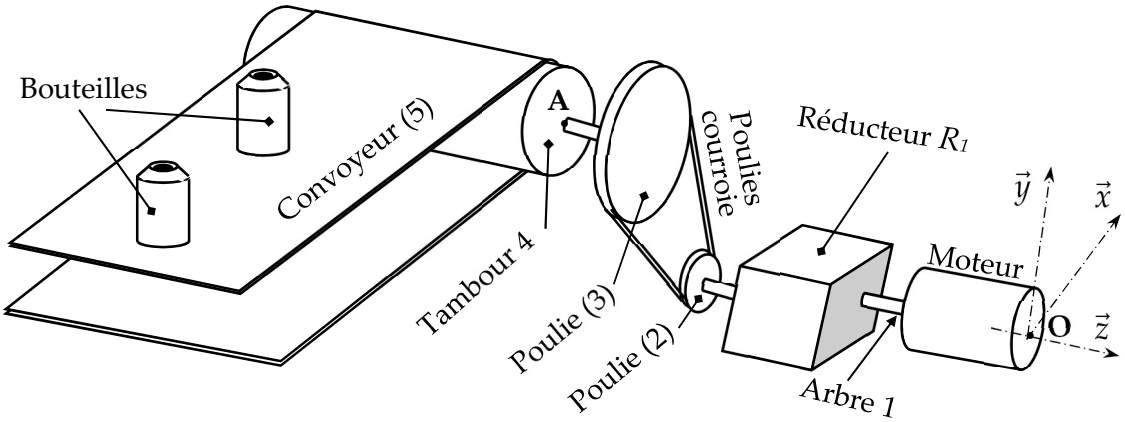


Figure 4 : Entrainement du convoyeur

Toute les pièces tournantes sont en liaisons pivots d'axes portés par $\vec{z}$ avec le bâti (non représenté sur la figure 4). Ce bâti (0) est supposé lié au repère galiléen R(O, $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$).

$\vec{C}_m = C_m.\vec{z}$ *: Couple du moteur exercé sur l'arbre (1). Et* $\vec{\Omega}_{1/R} = \omega_m.\vec{z}$ *: Vitesse angulaire du moteur.*

J_1 *: Moment d'inertie de l'arbre moteur par rapport à son axe (O,* $\vec{z}$ *).*

k_e *: Rapport de réduction du réducteur* R_1 *:* $k_e = \frac{\omega_2}{\omega_m} = 0,25$.

J_r *: Moment d'inertie de l'ensemble du réducteur* R_1 *ramené sur l'axe (O,* $\vec{z}$ *).*

$D_2 = 10\,cm$ *: Diamètre de la poulie (2). L'inertie de la poulie (2) est supposée négligeable.*

$D_3 = 20\,cm$ *: Diamètre de la poulie (3), cette poulie est liée au tambour (4).*

J_T *: Moment d'inertie de l'ensemble (3 et 4) par rapport à son axe (A,* $\vec{z}$ *).*

$\vec{C}_T = -C_T.\vec{z}$ *: Couple exercé par le convoyeur sur la tambour (4). (4 est fixé à la poulie 3).*

$\vec{\Omega}_{4/R} = \omega_T.\vec{z}$ *: Vitesse de rotation du tambour (4).*

η *: Rendement globale de la transmission (moteur ----› tambour).*

Question 3-1 : Déterminer le rapport $k_p = \frac{\omega_T}{\omega_2}$ entre la vitesse de rotation du tambour et celle de la poulie (2). Et calculer la valeur numérique du rapport de la transmission $k = \frac{\omega_T}{\omega_m}$.

Question 3-2 : Déterminer $E_c(E/R)$ l'énergie cinétique par rapport au repère R de l'ensemble du système E=(1, R_1, 2 ,3 ,4). (La courroie n'est pas prise en compte).

Question 3-3 : Déterminer alors J_{eq} : le moment d'inertie équivalent de l'ensemble E ramené sur l'axe de rotation du moteur *(O,* $\vec{z}$ *).*

Question 3-4 : Déterminer les puissances intérieures et extérieures à l'ensemble E par rapport au repère R : ($P(\overline{E} \rightarrow E/R)$ et $P(\text{int}\,E)$.

Question 3-5 : En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble E, Déterminer l'expression du couple moteur C_m en fonction de C_T, k , J_{eq}, $\dot{\omega}_m$ *et* η.

Dans la suite, on s'intéresse au contact (tambour- convoyeur).

L'action mécanique exercée par le tambour (4) sur le convoyeur (5) est modélisée, en chaque point M du contact (voir figure 5) par la densité linéique de force :
$\vec{f}_M(4 \rightarrow 5) = p.\vec{n} + q.\vec{t}$ avec $\vec{n}$: vecteur unitaire normal et $\vec{t}$: vecteur unitaire tangentiel.

Le tambour (4) en rotation (dans le sens $+\vec{z}$) est modélisé par un disque de rayon R et le contact avec le convoyeur est un demi-cercle (voir figure de droite).

La densité normale « p » et la densité tangentielle « q » supposées constantes (en N/m).

f : le coefficient de frottement au contact entre le tambour et le convoyeur.

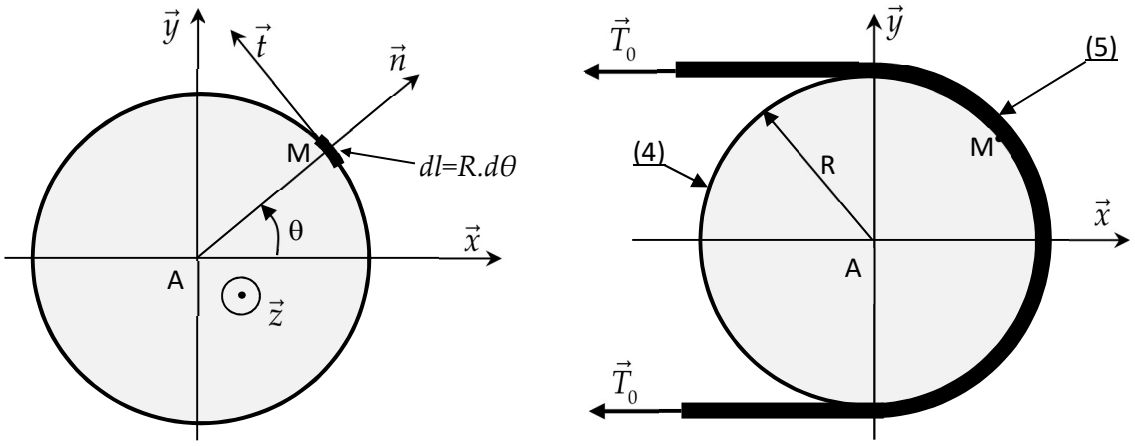


Figure 5 : Paramétrage du contact entre le tambour et le convoyeur.

Le couple transmissible par adhérence entre le tambour (4) et le convoyeur (5) est :
$C_T = \vec{z}.\vec{M}_A(4 \rightarrow 5)$: projection du moment au point A de l'action mécanique de (4) sur (5).

Question 3-6 : Donner la relation entre p , q et f. (Justifier).

Question 3-7 : Exprimer C_T en fonction de q et R puis en fonction de p , R et f.

Question 3-8 : Avant mise en rotation de (4) , et avec un tendeur, on confère au convoyeur, supposé inextensible, une tension initiale de pause T_0, appliquée aux deux bouts (voir figure). En appliquant le théorème de la résultante statique en projection sur $\vec{x}$ à la partie du convoyeur (5) (voir figure à droite) déterminer l'expression de la force T_0.

Question 3-9 : Le constructeur a décidé de rendre la surface extérieure du tambour striée. Expliquer en une phrase la raison de cette décision.

Partie 4 : Étude du robot de stockage.

Le robot étudié permet de placer les bouteilles pleines sur la plateforme de stockage si elles sont conformes aux normes de sécurité ou sur le convoyeur de retour dans le cas contraire.

Le modèle simplifié du robot est représenté par son schéma cinématique sur la figure 6.

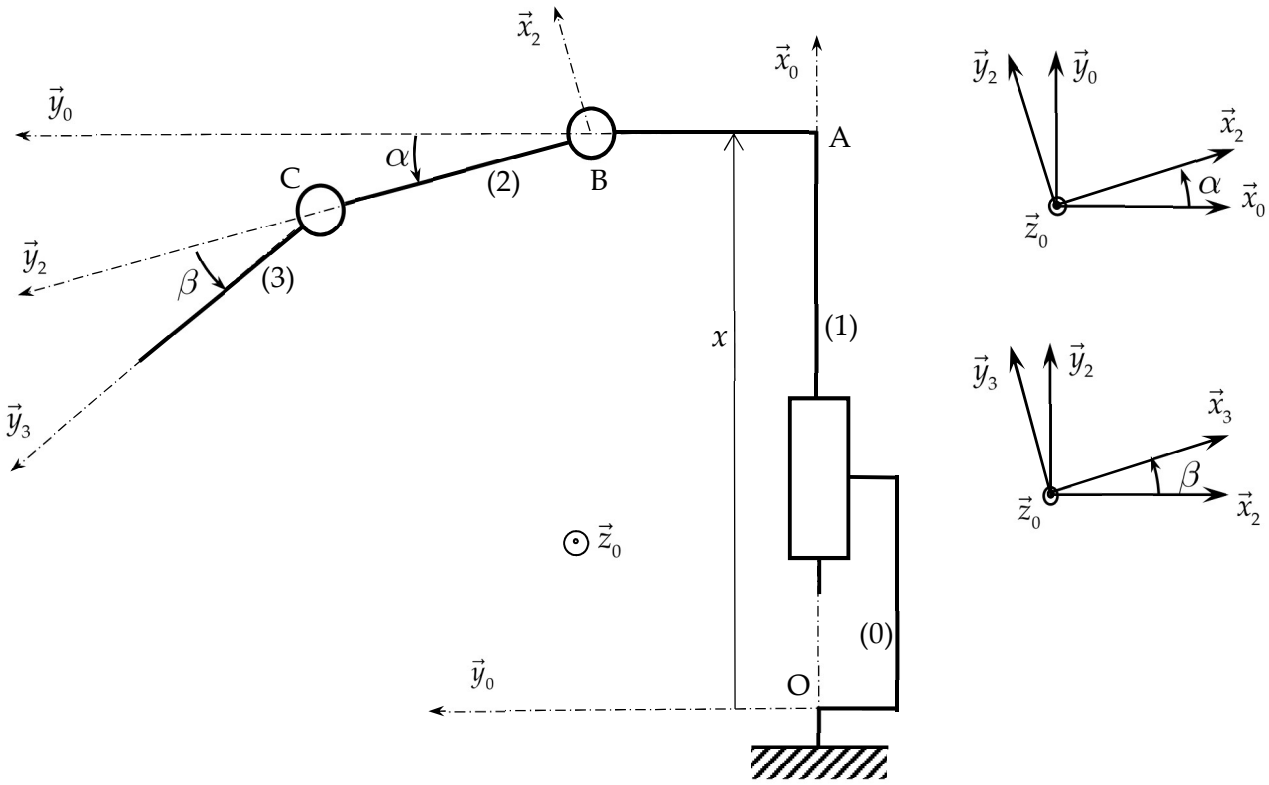


Figure6 : Schéma cinématique du robot

Le bâti (0) : (supposé fixe), repère associé : $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ (supposé galiléen). L'accélération de pesanteur est représentée par $\vec{g}=-g.\vec{x}_0$. ($\vec{x}_0$ verticale ascendant) .

La colonne (1) : de masse m_1, en liaison glissière parfaite avec(0) de direction $\vec{x}_0$ et de paramètre x. On pose $\overrightarrow{OA}=x.\vec{x}_0$.

Un vérin V_{01} est monté entre (0) et (1) exerçant sur (1) une force $F_{01}.\vec{x}_0$ appliquée au point A.

Le bras (2) : repère lié $R_2(B,\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$ de masse m_2, de centre d'inertie G_2 en en liaison pivot d'axe $(B,\vec{z}_0)$ par rapport à la colonne (1) de paramètre α. On pose $\overrightarrow{AB}=d.\vec{y}_0$, $\overrightarrow{BG_2}=a.\vec{y}_2$ et $(\vec{x}_0,\vec{x}_2)=(\vec{y}_0,\vec{y}_2)=\alpha$ et $\vec{z}_2=\vec{z}_0$.

On note J_2 le moment d'inertie de (2) par rapport à l'axe $(B,\vec{z}_2)$.

Un moteur M_{12} est monté entre (1) et (2) exerçant sur (2) un couple = $C_{12}.\vec{z}_2$.

L'effet du frottement visqueux de coefficient μ dans la liaison entre (1) et (2) est modélisé par un couple = $-\mu.\dot{\alpha}.\vec{z}_2$ s'exerçant sur (2).

Le bras (3): repère lié $R_3(C,\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$ de masse m_3, de centre d'inertie G_3 en liaison pivot parfaite d'axe $(C,\vec{z}_2)$ par rapport au bras (2) de paramètre β. On pose $\overrightarrow{BC}=L.\vec{y}_2$, $\overrightarrow{CG_3}=b.\vec{y}_3$ et $(\vec{x}_2,\vec{x}_3)=(\vec{y}_2,\vec{y}_3)=\beta$ et $\vec{z}_3=\vec{z}_0$.

On note J_3 le moment d'inertie de (3) par rapport à l'axe $(C,\vec{z}_3)$.

Un moteur M_{23} est monté entre (3) et (2) exerçant sur (3) un couple = $C_{23}.\vec{z}_3$.

Un ressort de torsion de raideur k est monté dans la liaison entre (2) et (3) exerçant sur (3) un couple $=-k.\beta.\vec{z}_3$.

Question 4-1 : Tracer le schéma d'analyse du système.

Question 4-2 : Déterminer l'expression de la vitesse $\overrightarrow{V(B/R_0)}$ du point B dans son mouvement par rapport à R_0.

Question 4-3 : Déterminer l'expression de la vitesse $\overrightarrow{V(G_2/R_0)}$ dans son mouvement par rapport à R_0.

Question 4-4 : Déterminer l'expression de la résultante dynamique de l'ensemble E_1 = (1 ,2) composé des solides 1 et 2 en projection sur $\vec{x}_0$ dans son mouvement par rapport à R_0 (notée $(\vec{x}_0.\overrightarrow{R_D(E_1/R_0)})$).

Question 4-5 : Déterminer $\vec{z}_0.\overrightarrow{\sigma(B,2/R_0)}$: la projection sur $\vec{z}_0$ du moment cinétique au point B, du solide (2) dans son mouvement par rapport à R_0.

Question 4-6 : Déterminer l'expression de la projection du moment dynamique au point B du solide (2) sur $\vec{z}_0$ dans son mouvement par rapport à R_0 (notée $(\vec{z}_0.\overrightarrow{\delta(B,2/R_0)})$).

Question 4-7 : Isoler l'ensemble *E = (1 ,2 ,3)* composé des solides 1, 2 et 3 et écrire l'équation du théorème de la résultante dynamique TRD en projection sur $\vec{x}_0$. (Seuls les termes des actions mécaniques seront développés)

Question 4-8 : Isoler l'ensemble E_2 *= (2 ,3)* et écrire le théorème du moment dynamique TMD au point B en projection sur $\vec{z}_0$.(seuls les termes des actions mécaniques seront développés).

Question 4-9 : Isoler Le bras (3) et écrire le théorème du moment dynamique TMD au point C en projection sur $\vec{z}_0$.(seuls les termes des actions mécaniques seront développés).

Partie 5 : Résistance de la plateforme de stockage.

Dans cette partie on s'intéresse à la plateforme de stockage qui supporte les bouteilles.

Pour étudier la résistance de cette plateforme on modélise celle-ci par une poutre droite de longueur L et de section rectangulaire (axb) encastrée sur un support fixe. Elle est représentée par sa ligne moyenne sur la figure 7.

Les actions mécaniques de l'ensemble des bouteilles et de pesanteur sur la poutre considérée sont modélisées par une charge linéique constante $\vec{q} = -q_0.\vec{y}$, repartie sur toute la longueur L de la poutre.

Le module de Young pour le matériau de la poutre $E = 200000\ MPa$, sa résistance limite élastique $R_e = 350MPa$, et on adopte un coefficient de sécurité $s = 2$.

On donne : $a = 40cm$, $L = 140cm$, $q_0 = 50N/m$.

La poutre est en équilibre et Le problème est plan.

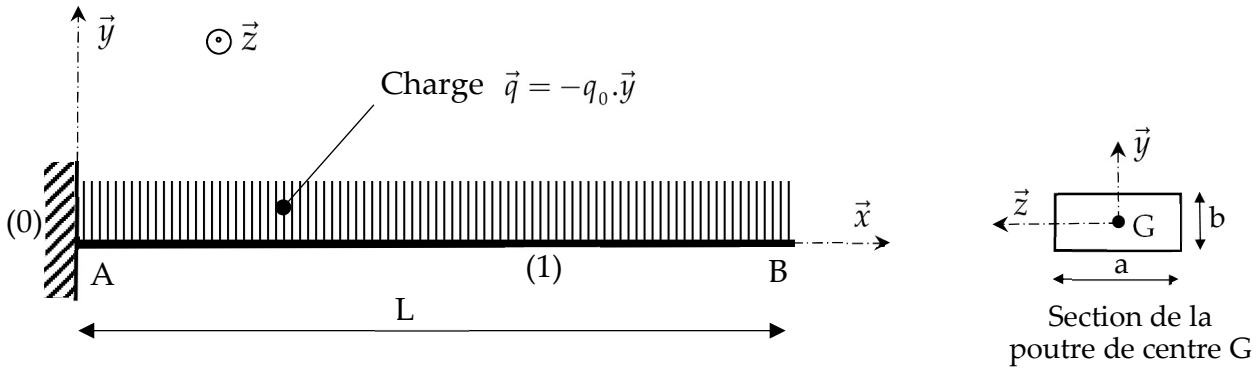


Figure 7 : Modèle poutre de la plateforme

Question 5-1 : Déterminer les composantes ($T_y(x)$ et $M_{fz}(x)$) du torseur des efforts de cohésion le long de la poutre.

Question 5-2 : Tracer le diagramme de $M_{fz}(x)$, en déduire l'expression de $\left|Mf_{z\max}\right|$.

Question 5-3 : Ecrire la condition de résistance pour la contrainte normale et en déduire l'expression de l'épaisseur minimale b_{mini} de la poutre en fonction des données. Faire ensuite l'application numérique et donner la valeur de b_{mini}. (On donne $I_{Gz} = \frac{a.b^3}{12}$)

La stabilité des bouteilles exige une flèche maximale admissible $y_{max} = 2mm$.

Question 5-4 : Ecrire les deux conditions aux limites de la déformée $y(x)$ de la poutre.

Question 5-5 : Avec l'équation de la déformée $E.I_{Gz}.y''(x) = M_{fz}(x)$ Montrer que l'expression de la déformée $y(x)$ est $E.I_{Gz}.y(x) = -\frac{q_0}{24}\left(x^4 - 4L.x^3 + 6L^2.x^2\right)$.

Question 5-6 : Montrer que $E.I_{Gz}.y_{max} = -\frac{q_0.L^4}{8}$.

Partie 6 : Vérification de la conformité des bouteilles.

Le liquide contenue dans les bouteilles est sous pression, et les bouteilles sont toutes remplies de la même quantité de liquide. Si une bouteille n'est pas sécurisée, une quantité de liquide s'échappe et le niveau de celui-ci dans la bouteille baissera.
La méthode utilisée pour vérifier les bouteilles s'appuis donc sur le control du niveau du liquide dans les bouteilles à l'aide d'une caméra spéciale et d'un programme utilisant un algorithme neuronal de Machine Learning.
La figure 8 représente le traçage logiciel d'une photo filmée par la camera.

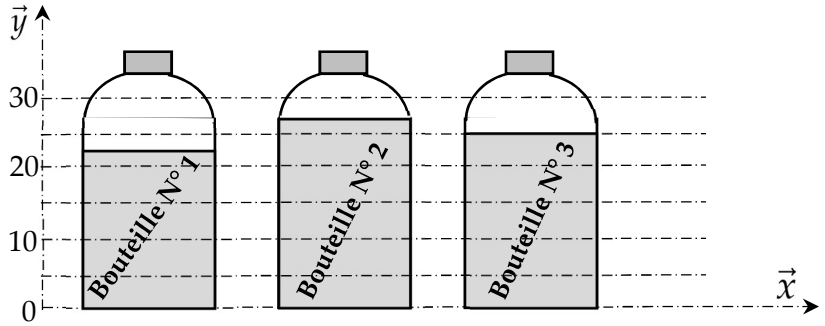


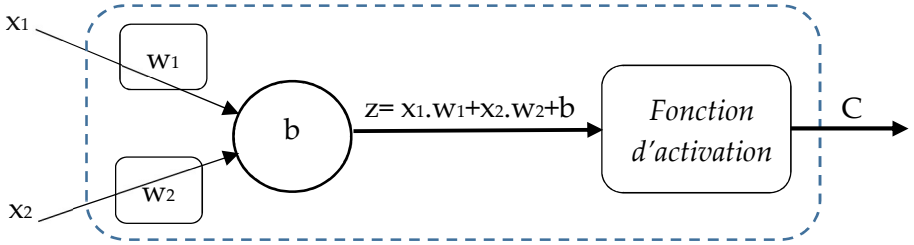
Figure 8 : Trace d'une photo filmée par la camera.

Une bouteille est considérée conforme si le niveau du liquide est supérieur ou égale à 25, une information C=1 est alors envoyée aux actionneurs du robot pour transférer la bouteille vers la plateforme, et si le niveau est inférieur à 25 ; l'information C=0 est envoyée pour transférer la bouteille vers le convoyeur de retour.

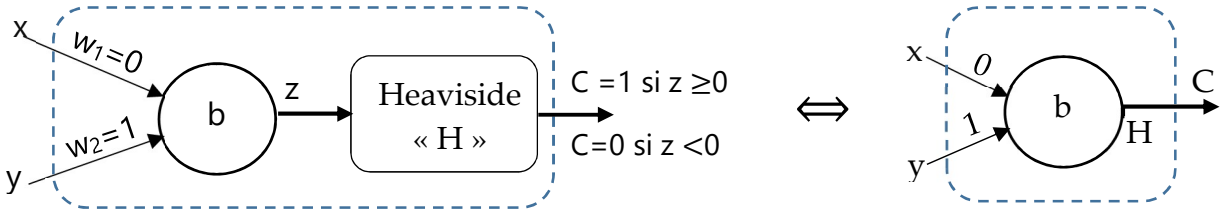
Question 6-1 : Pour les trois bouteilles indiquées sur la figure, Indiquer par leurs numéros, celles qui sont conformes.

Un perceptron est un neurone artificiel simple et est défini comme suit :

x_1 et x_2 Sont les entrées du perceptron.



On utilisera la fonction d'activation « Heaviside » qui donne C=1 si z≥ 0 et C=0 sinon.
Le programme utilisé s'appuie sur le perceptron ci-dessous : où x et y sont les coordonnées du plan filmé par la camera et z un paramètre interne.

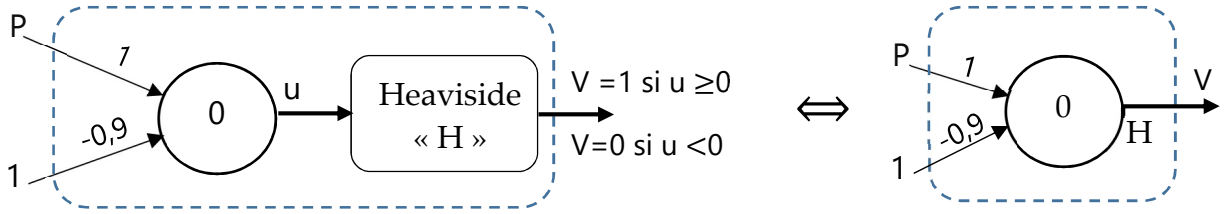


Perceptron de control du niveau *Représentation simplifiée*

Question 6-2 : Donner l'expression de z en fonction de x , y et b.

Question 6-3 : En vous aidant de la figure 8 donner la valeur de b pour avoir C=1 si le niveau du liquide dans la bouteille est conforme et C=0 sinon.

Apres vérification des résultats du programme on a constaté que le poids de certaines bouteilles est légèrement faible à cause d'un défaut du mélange de remplissage même si le niveau de leurs liquides est bon.
On a donc décidé de rectifier la solution avec un deuxième perceptron (voir figure ci-dessous). P designe le poid et doit etre ≥0,9 Kg. La sortie V est =1 si le poids est correct.



Perceptron de control du poids.

Question 6-4 : Pour ce dernier perceptron donner U en fonction de P, en déduire la valeur de V si le poids est conforme et sa valeur si le poids n'est pas conforme.

Question 6-5 : On a décidé de réaliser un réseau de trois neurones permettant de vérifier la conformité d'une bouteille en prenant aussi en considération la conformité de son poids La figure 9 montre la représentation incomplète de ce réseau.
Sur le document réponse DR2, Compléter les connections manquantes entre les trois neurones pour avoir la sortie R=1 si la bouteille est conforme et R=0 sinon.

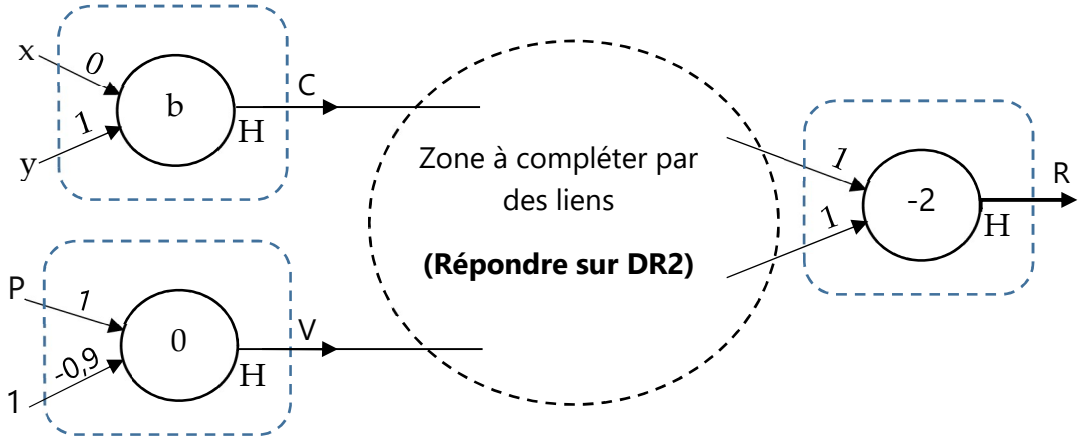


Figure 9 : Réseau de 3 neurones : control du poids et du niveau de la bouteille.

Fin de l'énoncé de l'épreuve.

DOCUMENT ANNEXE

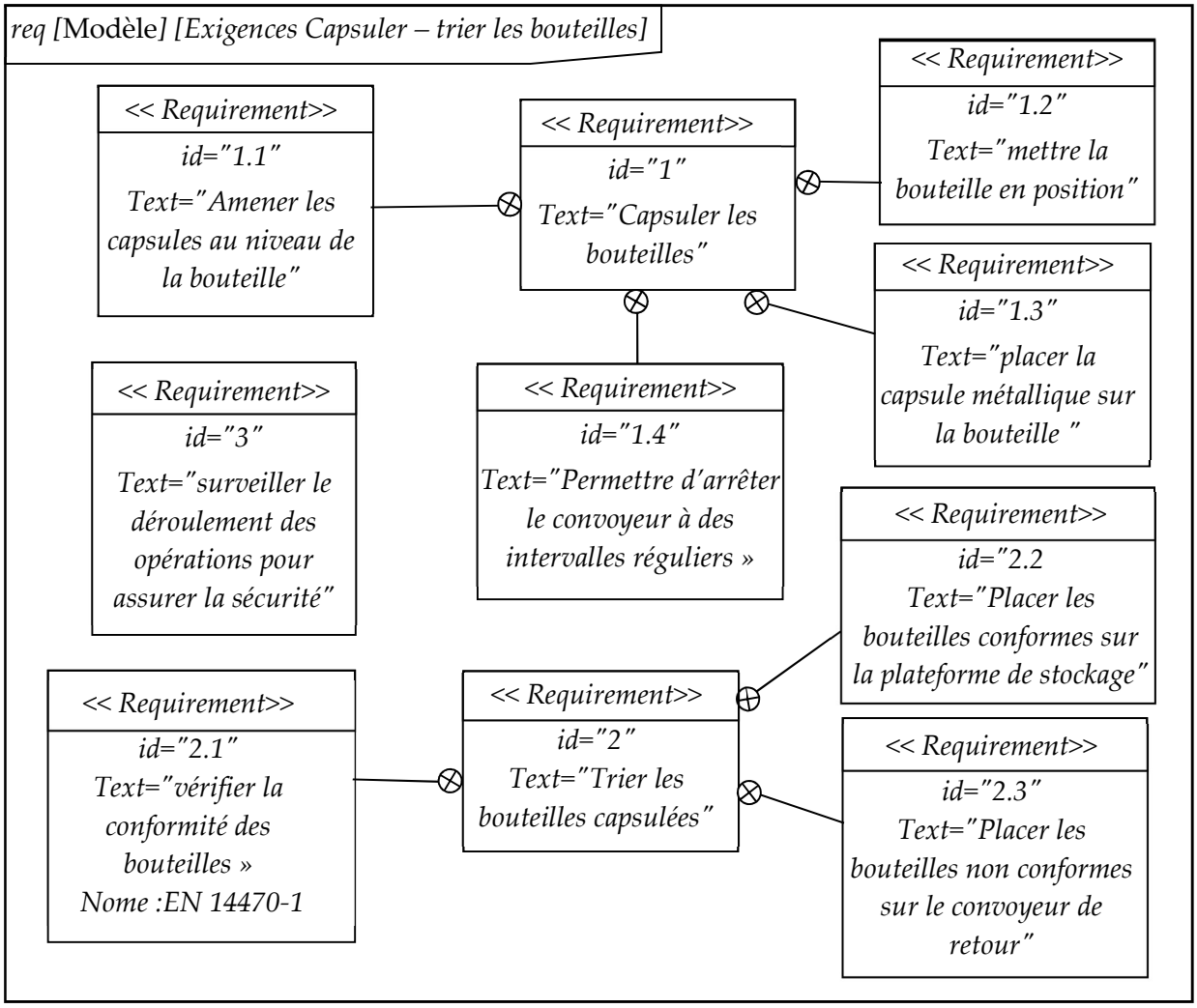


Diagramme des exigences

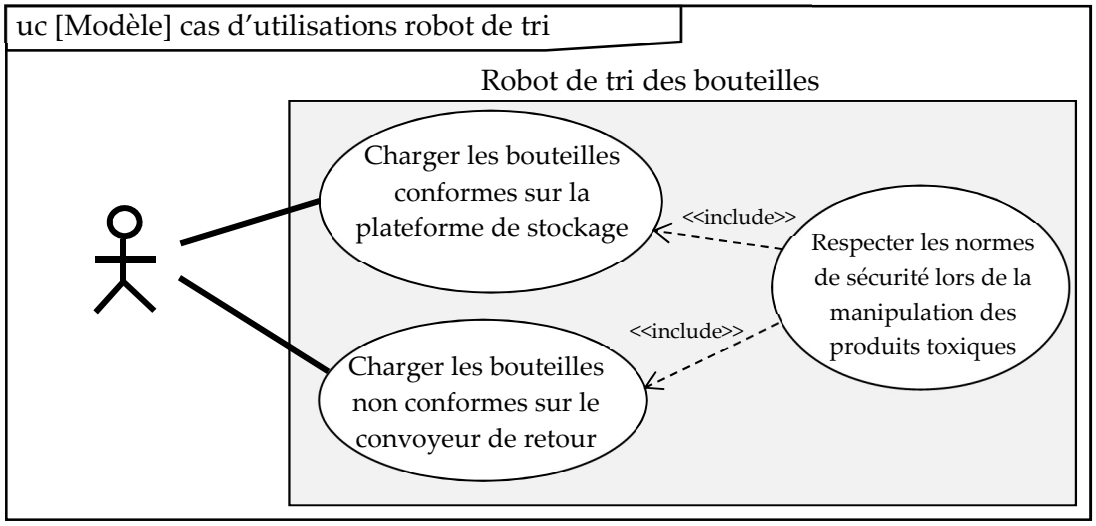


Diagramme des cas d'utilisations du robot.

DOCUMENT REPONSE DR1 (à rendre avec la copie)

Question 1 :

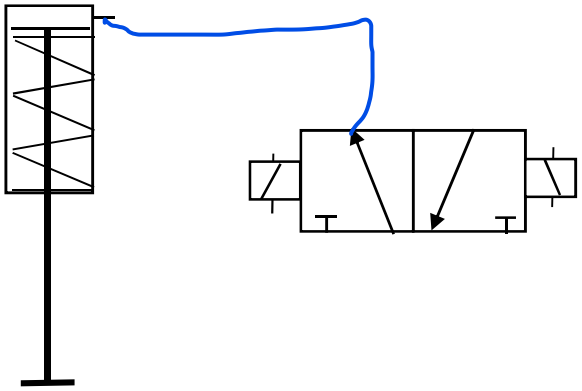
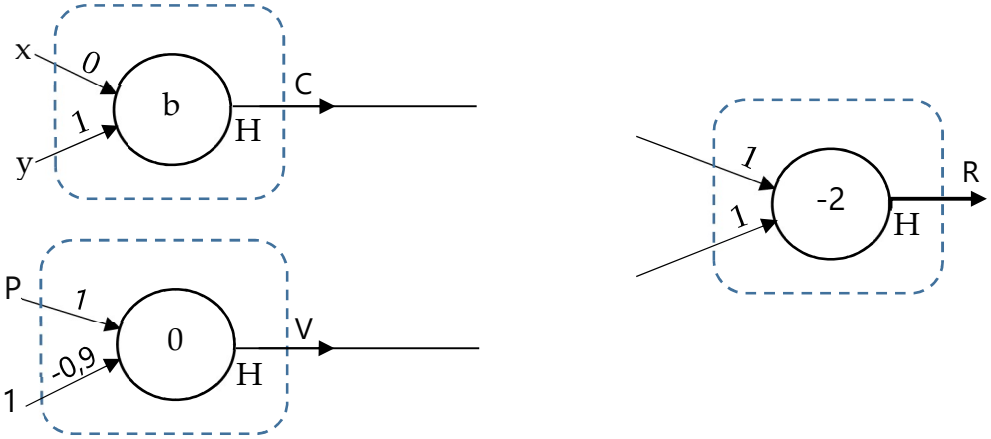
Liaison	Torseur cinématique	Torseur d'action mécanique transmissible
L1 Encastrement	$\{\vartheta(2/1)\}_A = {}_A\left\{\begin{array}{c\|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$\{\tau_{1\to2}\}_A = {}_A\left\{\begin{array}{c\|c} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$
L2 Pivot	$\{\vartheta(2/1)\}_A = {}_A\left\{\begin{array}{c\|c} \alpha & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$\{\tau_{1\to2}\}_A = {}_A\left\{\begin{array}{c\|c} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$
L3 Pivot	$\{\vartheta(2/1)\}_A = {}_A\left\{\begin{array}{c\|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \gamma & 0 \end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$\{\tau_{1\to2}\}_A = {}_A\left\{\begin{array}{c\|c} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$
L4 Sphère plan	$\{\vartheta(2/1)\}_A = {}_A\left\{\begin{array}{c\|c} \alpha & V_x \\ \beta & 0 \\ \gamma & V_z \end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$\{\tau_{1\to2}\}_A = {}_A\left\{\begin{array}{c\|c} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$
L5 Glissière	$\{\vartheta(2/1)\}_A = {}_A\left\{\begin{array}{c\|c} 0 & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$\{\tau_{1\to2}\}_A = {}_A\left\{\begin{array}{c\|c} 0 & L \\ Y & M \\ Z & N \end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$
L6 Glissière	$\{\vartheta(2/1)\}_A = {}_A\left\{\begin{array}{c\|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & V_z \end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$\{\tau_{1\to2}\}_A = {}_A\left\{\begin{array}{c\|c} X & L \\ Y & M \\ 0 & N \end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

DOCUMENT REPONSE DR2 (à rendre avec la copie)

Question 2-1 : Compléter le schéma du montage pour la position rentrée du vérin.

E :	Vérin simple effet
F :	Distributeur 2/1
Type d'énergie du vérin :	pneumatique

Question 2-2 : Compléter le schéma du montage pour la position rentrée du vérin.



Question 6-5 : Compléter les connections manquantes entre les trois neurones.