

ⵜⴰⴳⴷⴰⵢⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⴳⴷⴰⵢⵜ ⵏ ⵉⵎⵎⵓⵔⵉⵏ ⵙⵓⵔⵉⵔ,
ⵏ ⵉⵔⵉⵙⵉⵔⵉ ⵙⵉⵎⵓⵔⵉⵔ ⵏ ⵉⵎⵎⵓⵔⵉⵏ



المملكة المغربية
وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي والابتكار

Royaume du Maroc

Ministère de l'Enseignement Supérieur,
de la Recherche Scientifique et de l'Innovation



CNC 2023

Concours National Commun

d'Admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs et
Établissements Assimilés

Épreuve de Technologies et Sciences
Industrielles

Sous épreuve : Génie Mécanique

Filière : TSI

Durée 3 heures

Calculatrice autorisée

Cette épreuve comporte 18 pages au format A4, en plus de deux pages de garde non numérotées

Epreuve de Génie Mécanique

Durée : 3 heures

Aucun document n'est autorisé

Calculatrice autorisée

L'épreuve de génie mécanique comporte :

- Le texte de l'épreuve (pages numérotées de 1/18 à 18/18)

Le sujet de l'épreuve GM se compose des parties suivantes :

Présentation du système.

Partie A - Etude de la cinématique de la table élévatrice. (*Exercice préliminaire noté 4/20*)

Partie B - Etude statique sur la table élévatrice.

Partie C - Etude dynamique du VGA en virage.

Partie D - Etude de la traction (Roue motrice).

Les parties (A, B, C et D) sont **indépendantes**.

Il est vivement conseillé de commencer par l'exercice préliminaire.

Le candidat devra composer et rendre obligatoirement, (**même vide**) :

- le cahier de réponse réservé à l'épreuve.

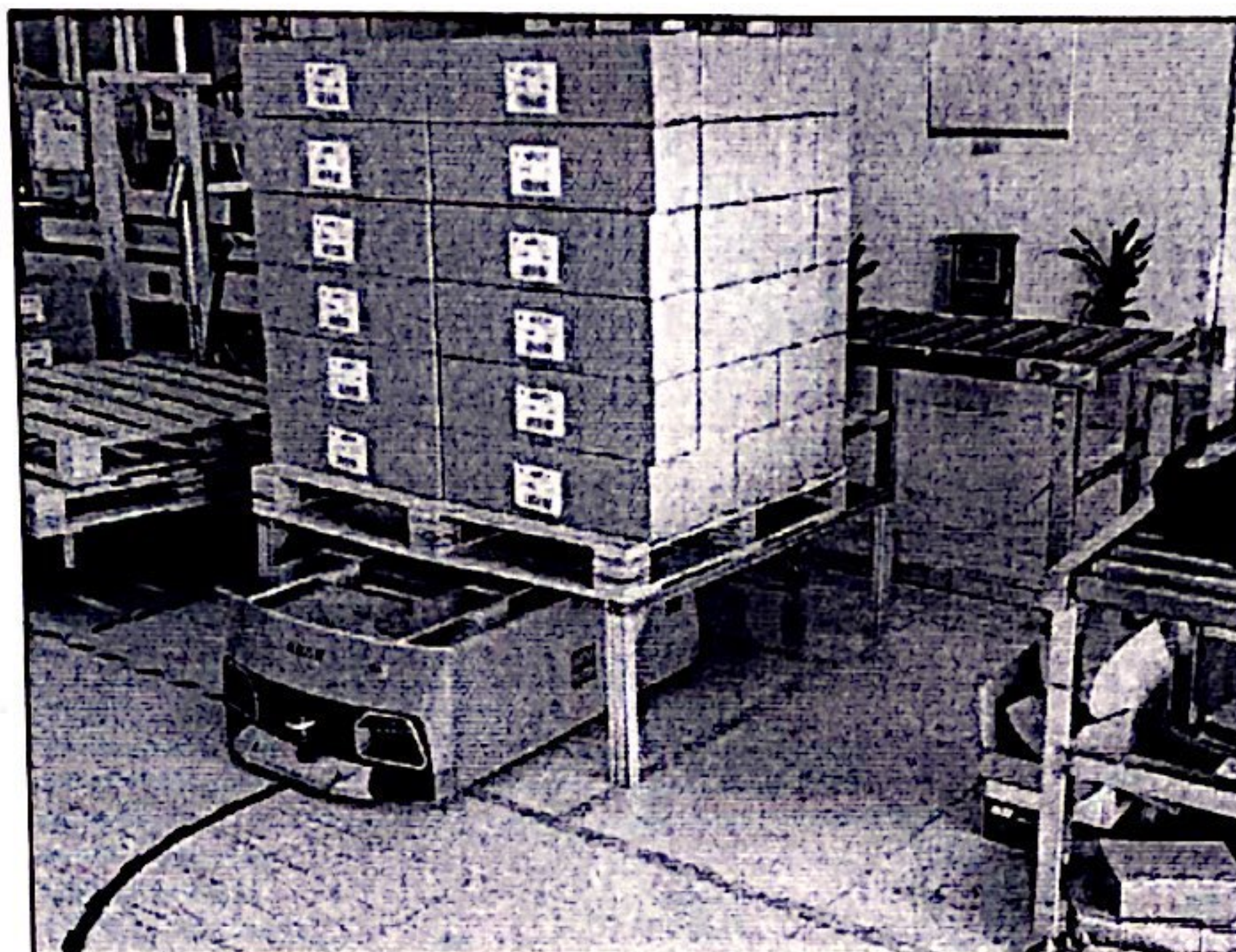
Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Page de garde « non numérotée »

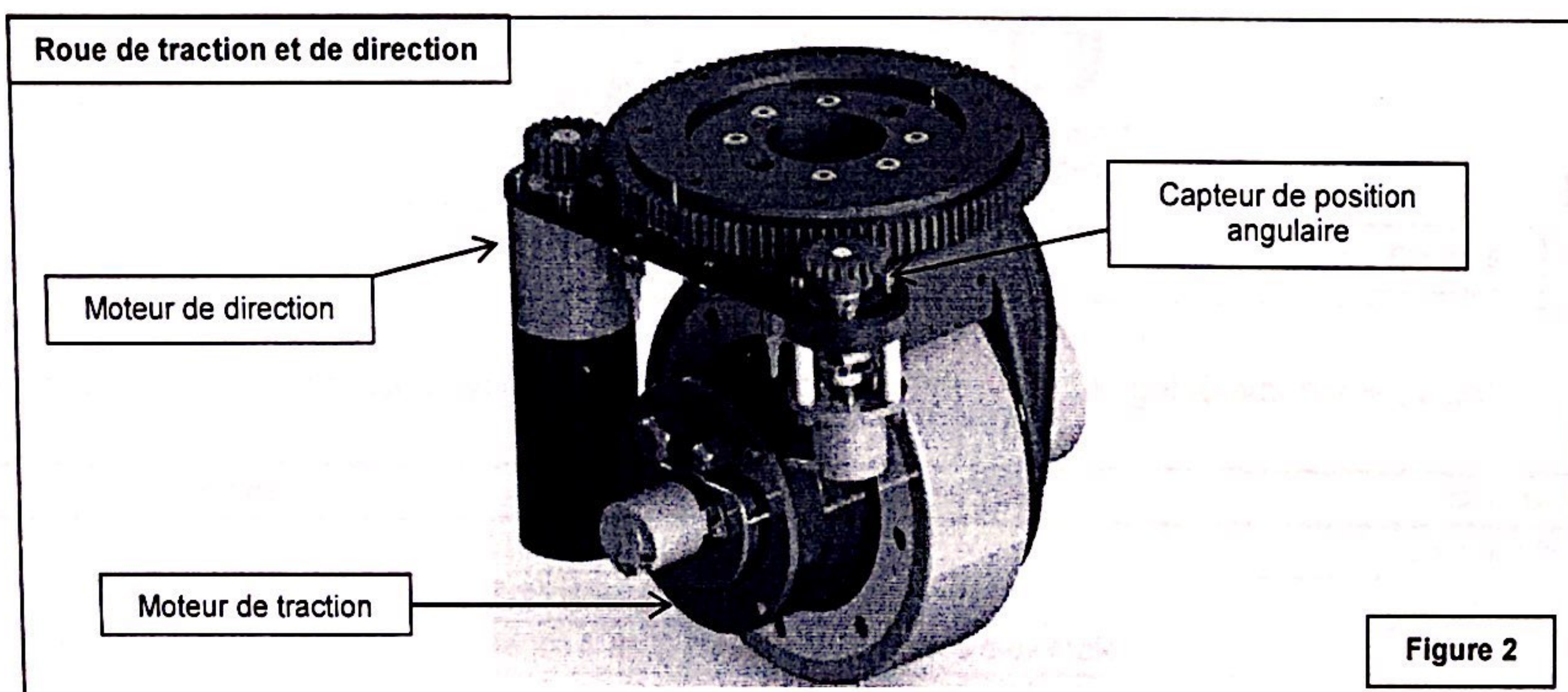
VEHICULE GUIDÉ AUTONOME**Présentation du système :**

L'étude concerne quelques aspects technologiques d'un véhicule guidé autonome (VGA).

Dans les usines de production, le transport des composants vers les postes de montage sont parfois faits par véhicules guidés autonomes. (Figure 1)

**Figure 1**

Ils sont alimentés par des batteries rechargeables, et possèdent plusieurs capteurs leurs permettant d'éviter les obstacles et reconnaître les postes des départs et des arrivées.

**Figure 2**

Ils sont équipés d'une roue de traction et de direction (Figure 2), d'une autre roue orientable et de deux roues porteuses. La vitesse maximale de déplacement en ligne droite est 6,48 km/h.

Le levage de la charge est assuré par une table élévatrice à ciseaux (Figures 3 et 4). Le véhicule glisse sous la charge, un système vis-écrou entraîné par un motoréducteur de levage assure le déplacement vertical de la table.

La masse maximale de la charge est 425 kg.

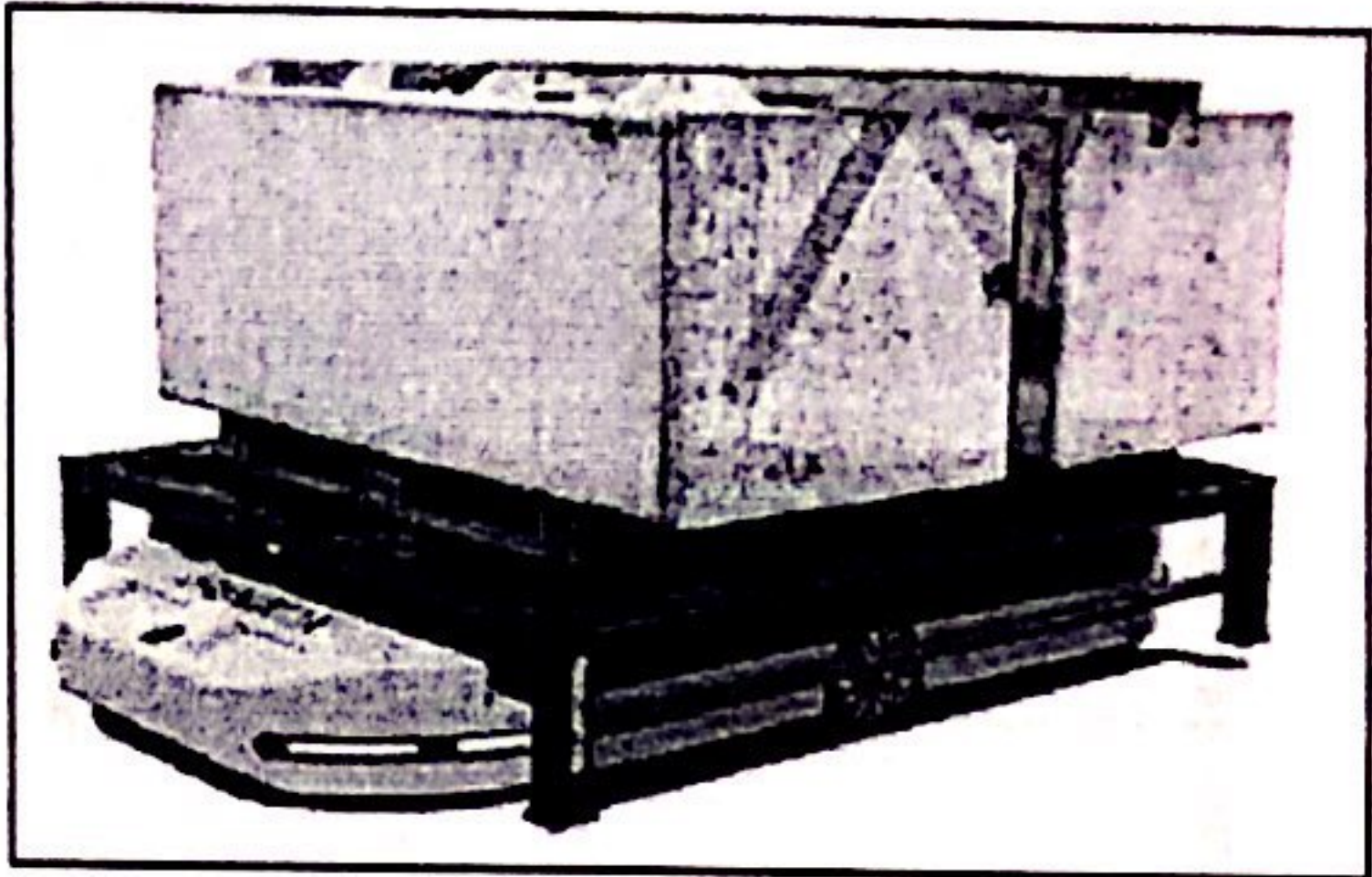
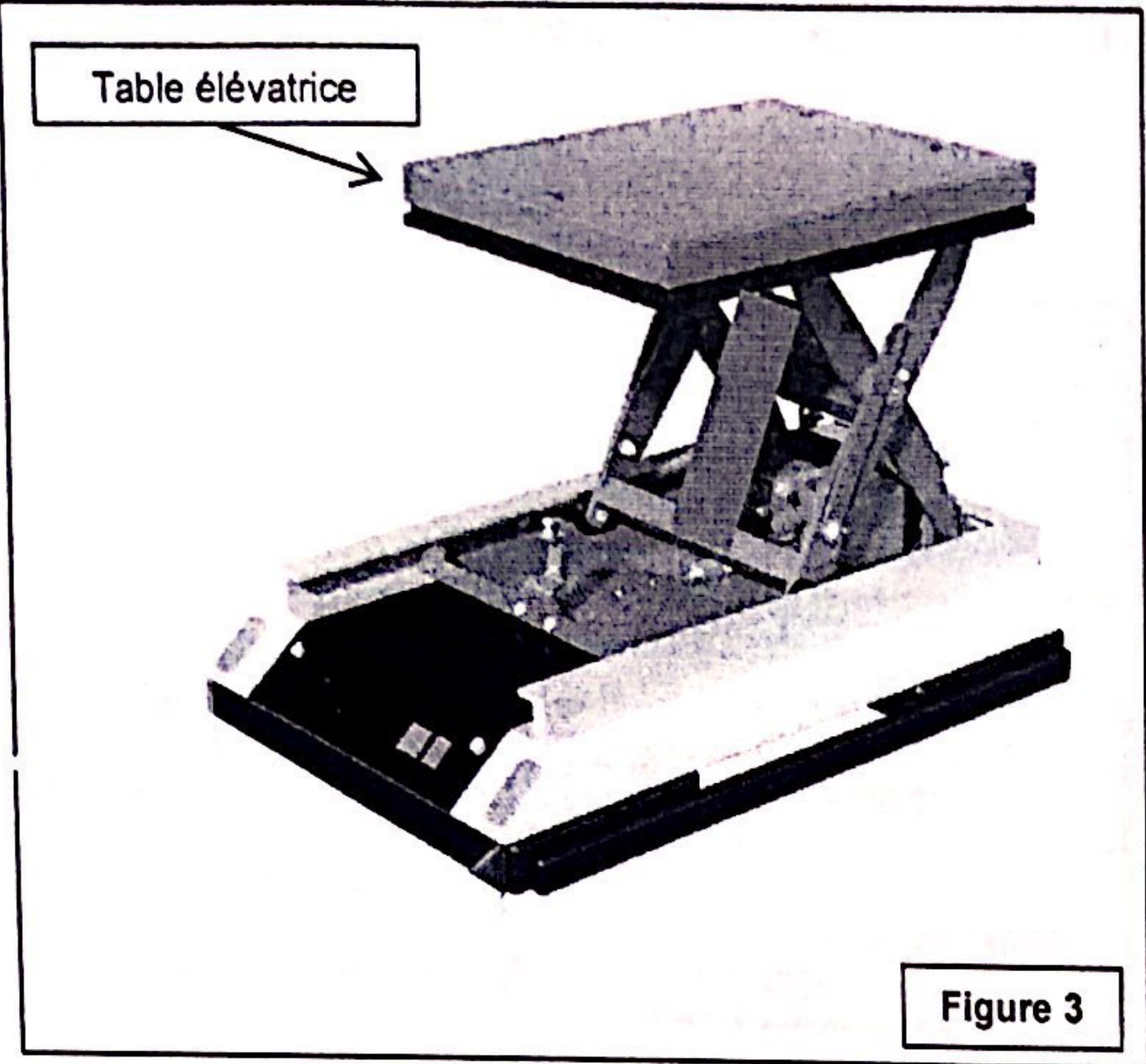


Figure 4

Le diagramme de contexte (Figure 5) situe le système dans son environnement de travail.

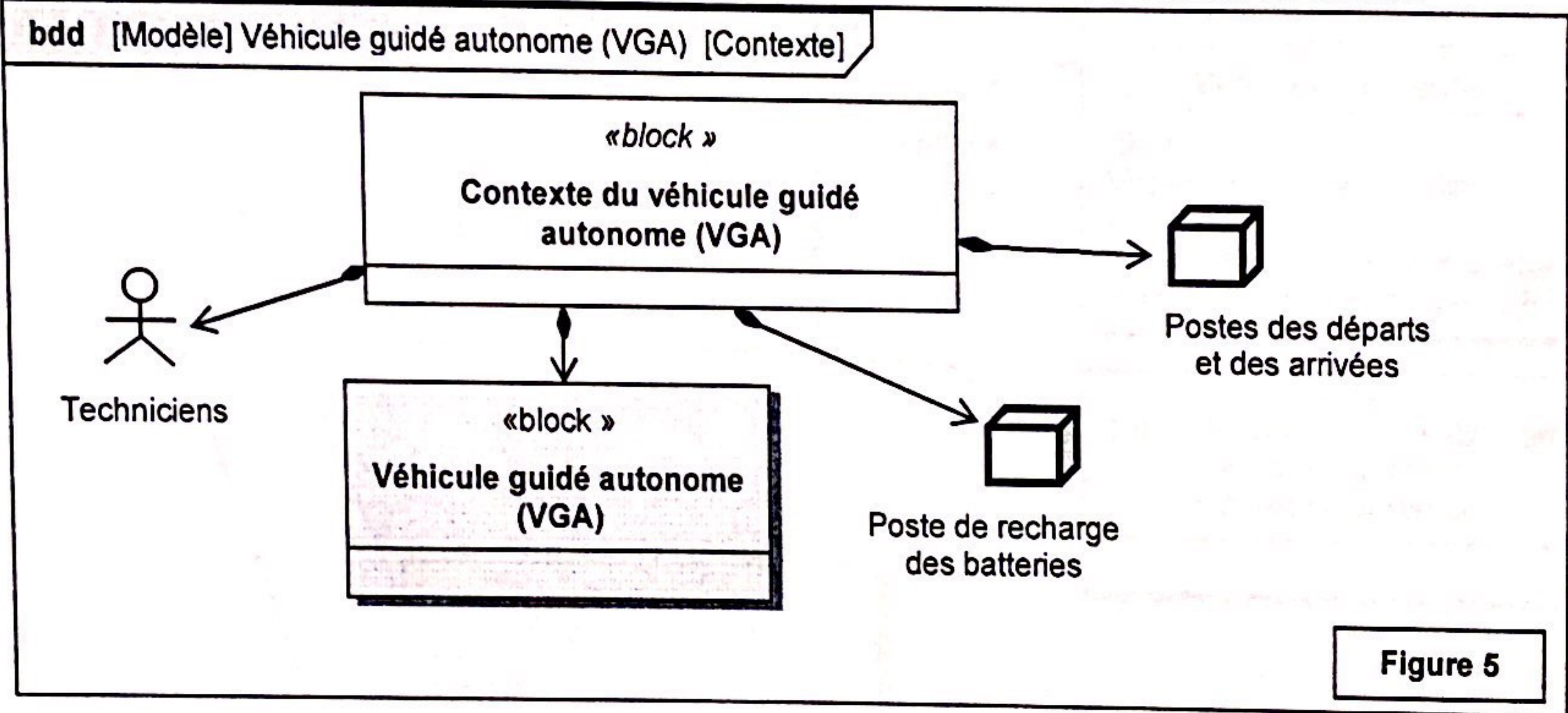
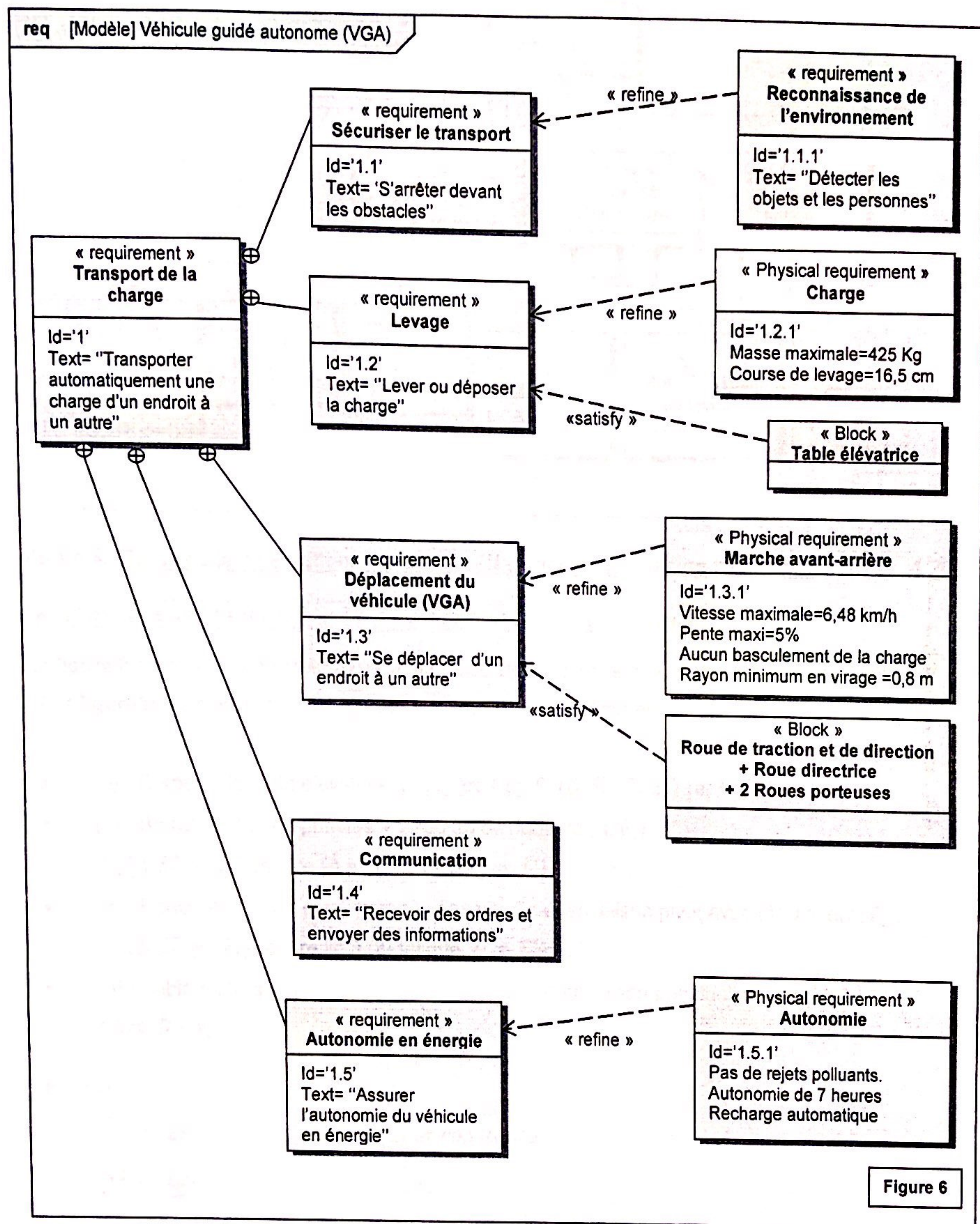


Figure 5

Le tableau ci-dessous est un extrait du cahier des charges du Véhicule guidé autonome (VGA).

Exigences	Critères	Niveaux
Se déplacer d'un endroit à un autre	Vitesse maximale	6,48 km/h
	Collisions avec des objets et des personnes	Aucune
	Distance d'arrêt à partir de la vitesse maximale	20 cm
	Pente maximale franchissable	5%
	Basculement de la charge	Aucun
	Rayon minimum en virage	0,8 m
Lever/déposer la charge	Masse maximale de la charge	425 Kg
	Course de levage	16,5 cm
Communiquer	Recevoir des ordres et envoyer des informations	À distance
	Reconnaître les lieux des départs et des arrivées	À distance
Assurer l'autonomie du véhicule en énergie	Autonomie	7 heures
	Temps de recharge	1 heure
	Recharge automatique (sans intervention des techniciens)	

Le diagramme de la (Figure 6) est un extrait du recueil des exigences.



Le diagramme de bloc (Figure 7) donne les grandes unités constituant le véhicule guidé autonome.

bdd [Modèle] Véhicule guidé autonome (VGA)

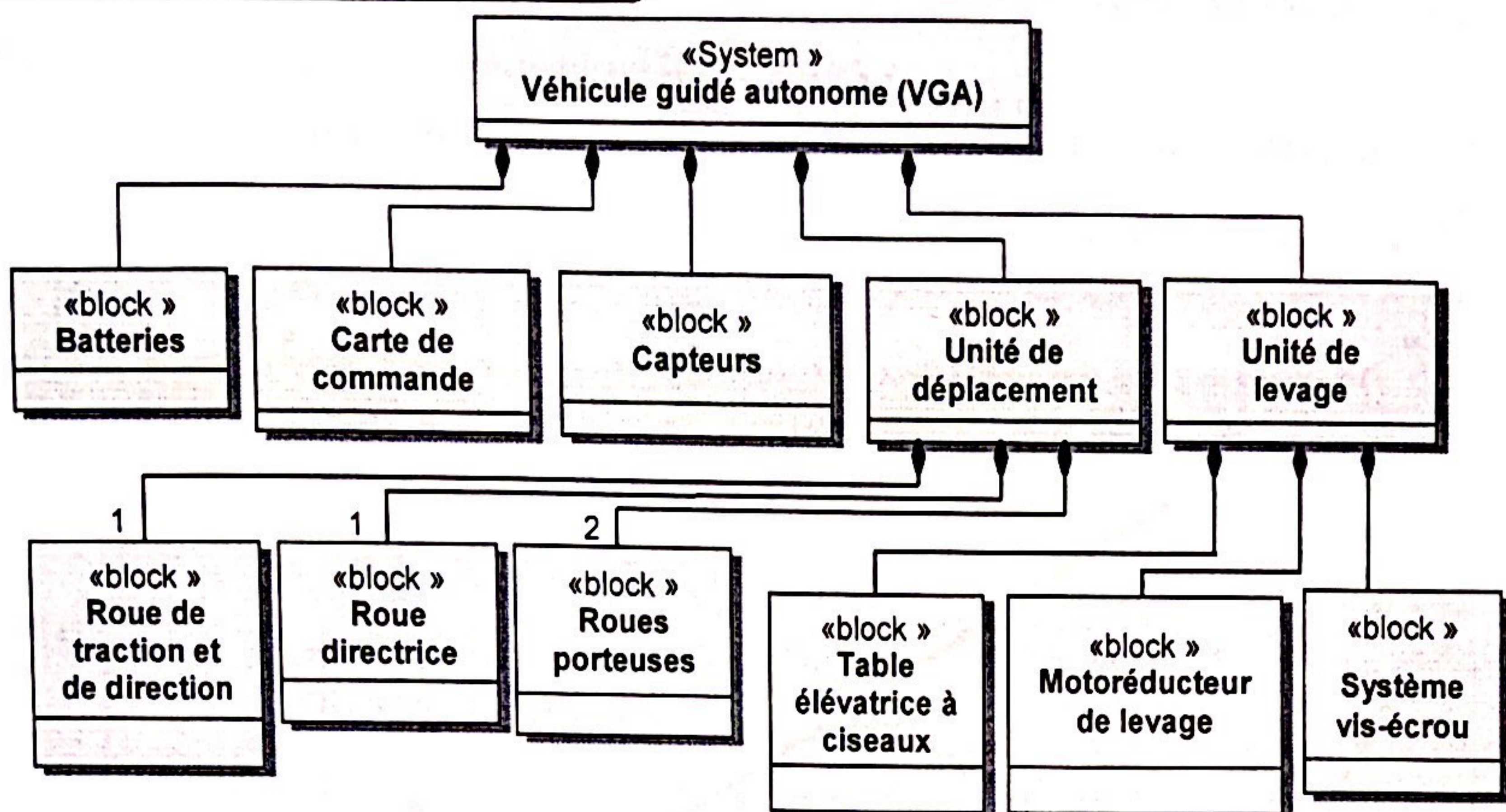


Figure 7

Partie A. Etude de la cinématique de la table élévatrice : (Exercice préliminaire noté 4/20)

Le but de cette partie est d'évaluer le couple moteur du moteur de levage.

La figure 8 représente un schéma cinématique du système de levage dit table élévatrice à ciseaux (Voir figure3). Le système de levage étant symétrique le schéma est donc plan.

- (0) : Corps de la table élévatrice considéré fixe. $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ repère lié à (0).
- (1) : Barre1 en liaison ponctuelle avec (0) de normale $(A, \vec{y}_0)$.
 $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ repère lié à (1) tel que $(\vec{z}_1 = \vec{z}_0)$.
- (2) : Barre2 en liaison pivot avec (0) d'axe $(B, \vec{z}_0)$ et en liaison pivot avec (1) d'axe $(C, \vec{z}_0)$.
 $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ repère lié à (2) tel que $(\vec{z}_1 = \vec{z}_0 = \vec{z}_2)$.
- (3) : Table en liaison pivot avec (1) d'axe $(E, \vec{z}_0)$ et en liaison ponctuelle avec (2) d'axe $(D, -\vec{y}_0)$.

On pose :

$$\overrightarrow{OB} = L\vec{x}_0 \quad ; \quad L: \text{longueur constante}$$

$$\overrightarrow{AE} = L\vec{x}_1 \quad ; \quad \overrightarrow{AC} = \frac{L}{2}\vec{x}_1$$

$$\overrightarrow{BD} = L\vec{y}_2 \quad ; \quad \overrightarrow{BC} = \frac{L}{2}\vec{y}_2$$

$$\overrightarrow{OA} = x(t)\vec{x}_0 \quad ; \quad \overrightarrow{AB} = (L - x(t))\vec{x}_0 \quad x(t) : \text{paramètre variable.}$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE} = y(t)\vec{y}_0 \quad y(t) : \text{paramètre variable.}$$

$$\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) \quad \alpha(t) : \text{paramètre variable.}$$

Le quadrilatère (ABED) est toujours un rectangle vu que ses diagonales [AE] et [BD] sont de même longueur et se coupent en leurs milieux.

Dans toute l'épreuve on suppose que $x(t) > 0$ et $y(t) > 0$

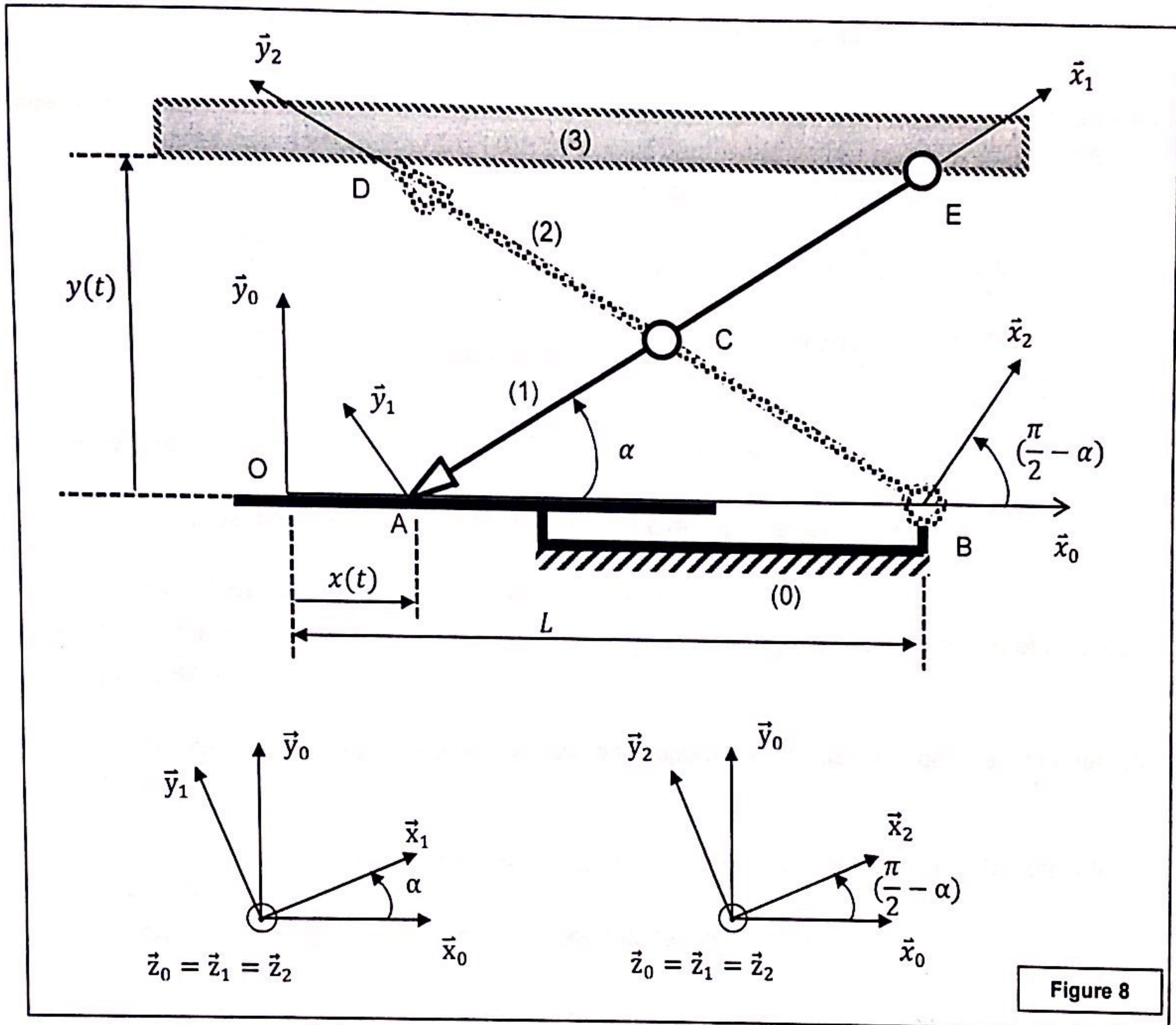


Figure 8

Question 1: Loi entrée-sortie en position :

Par projection de la fermeture géométrique $\overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BE}$ sur $\overline{x_0}$ et $\overline{y_0}$:

- Donner l'expression de $x(t)$ en fonction de L et α .
- Donner l'expression de $y(t)$ en fonction de L et α .
- Montrer que $y(t) = \sqrt{L^2 - [L - x(t)]^2}$ et que $\text{tg}(\alpha) = \frac{\sqrt{L^2 - [L - x(t)]^2}}{[L - x(t)]}$

Question 2: Loi entrée-sortie en vitesse :

Déduire deux relations :

$\dot{y}(t)$ en fonction de $L, x(t)$ et $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$ en fonction de $\dot{x}(t)$ et α .

Question 3: Loi entrée-sortie en vitesse par calcul cinématique :

- Déterminer la vitesse $\vec{V}_{(E \in 3/0)}$ par la dérivée du vecteur $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BE}$
- Déterminer la vitesse $\vec{V}_{(E \in 3/0)}$ par la dérivée du vecteur $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE}$
- En déduire $\dot{y}(t)$ en fonction de $L, x(t)$ et $\dot{x}(t)$ sachant que $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\sqrt{L^2 - [L - x(t)]^2}}{[L - x(t)]}$

Question 4: Pour soulever la charge le véhicule se glisse sous cette dernière, puis la table (3) entame une phase d'approche où $\alpha \in [10^\circ, 15^\circ]$, puis une phase de levage où $\alpha \in [15^\circ, 25^\circ]$
Sachant que $L = 1\text{ m}$ et $\dot{x} = 0,8\text{ cm/s}$, compléter le tableau suivant :

Angle α en (degré)	$x(t)$ en (cm)	$y(t)$ en (cm)	$\dot{y}(t)$ en (cm/s)
10			
15	Tableau à reproduire sur votre copie de réponse		
25			

Question 5: Expliquer pourquoi ce système ne peut pas démarrer à $\alpha = 0^\circ$.

La (Figure 9) représente le système vis-écrou qui génère le déplacement du (point A).

- L'écrou (8) est en liaison glissière avec (0) d'axe $\vec{x}_0$.
- Il déplace le (point A) à la vitesse $\vec{V}_{(A \in 1/0)} = \vec{V}_{(A \in 8/0)} = \dot{x}\vec{x}_0$, la liaison entre (8) et (1) n'est pas détaillée.
- Le moteur de levage (5) tourne à la vitesse angulaire ω_m en (rad/s) et génère un couple C_m en (N.m).
- La vis (7) tourne à la vitesse angulaire ω_{vis} en (rad/s) , le pas de cette dernière est noté (pas) en (m).
- Le réducteur à engrenages (6) est de rapport de réduction $K = \frac{\omega_{vis}}{\omega_m}$
- La table (3) de masse (m_3) et la charge (4) de masse (m_4) forment un seul solide (S) de masse $M = (m_3 + m_4)$ se déplaçant à la vitesse $\dot{y}\vec{y}_0$. (S) est de centre d'inertie G.
- $\vec{g} = -g\vec{y}_0$ accélération de pesanteur.
- Toutes les autres pièces sont considérées de masses négligeables (En conséquence les moments d'inertie sont négligeables).

Question 6: Montrer que $\dot{x} = \frac{pas}{2\pi} \omega_{vis}$

Question 7: Exprimer l'énergie cinétique de S par rapport à (0) : $E_c(S/0)$

Question 8: Exprimer la puissance du moteur (5) et montrer que la puissance de l'action de pesanteur sur (S) est : $P(pesanteur \rightarrow S/0) = -Mg\dot{y}$.

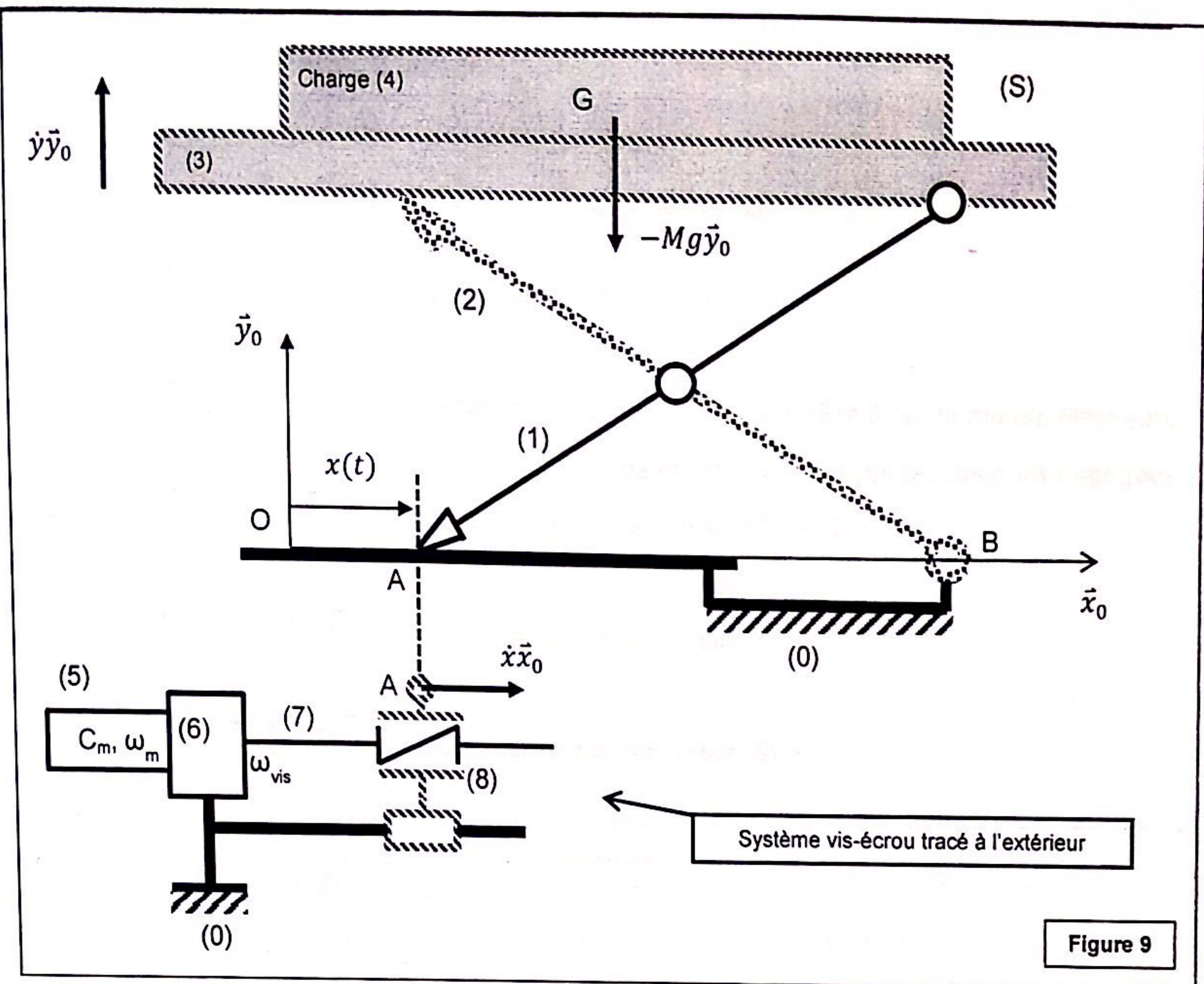


Figure 9

Question 9: Le repère (R_0) est supposé galiléen,

On néglige toutes les pertes d'énergie,

Sachant que $\dot{y} = \frac{\dot{x}}{\tan(\alpha)}$, $\dot{x} = \frac{pas}{2\pi} \omega_{vis}$ et $K = \frac{\omega_{vis}}{\omega_m}$, appliquer le théorème de l'énergie cinétique sur l'ensemble $E = (S, 5, 6, 7, 8, 1, 2)$ et montrer que :

$$C_m = M(\ddot{y} + g) \frac{K \cdot pas}{2\pi \cdot \tan(\alpha)}$$

Question 10: À la position $\alpha = 15^\circ$, le moteur de levage entame une phase d'accélération qui donne $\ddot{y} = 3 \text{ cm.s}^{-2}$, calculer C_m sachant que :

$$m_3 = 5 \text{ kg}$$

$$m_4 = 425 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$$

$$K = \frac{1}{25}$$

$$pas = 6 \text{ mm}$$

Fin de l'exercice préliminaire

Partie B. Etude statique sur la table élévatrice :

Le but de cette partie est d'évaluer les efforts aux liaisons ainsi que leur impact sur la résistance des pièces les plus sollicitées.

La (figure 10) représente la table élévatrice à une position donnée.

$R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ repère lié à (0).

Le problème est plan, ce qui permettra de définir les torseurs statiques des liaisons comme suit :

$$\{0 \rightarrow 1\} = \begin{Bmatrix} Y_{A01} \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A \text{ Torseur de l'action de (0) sur (1) en A.}$$

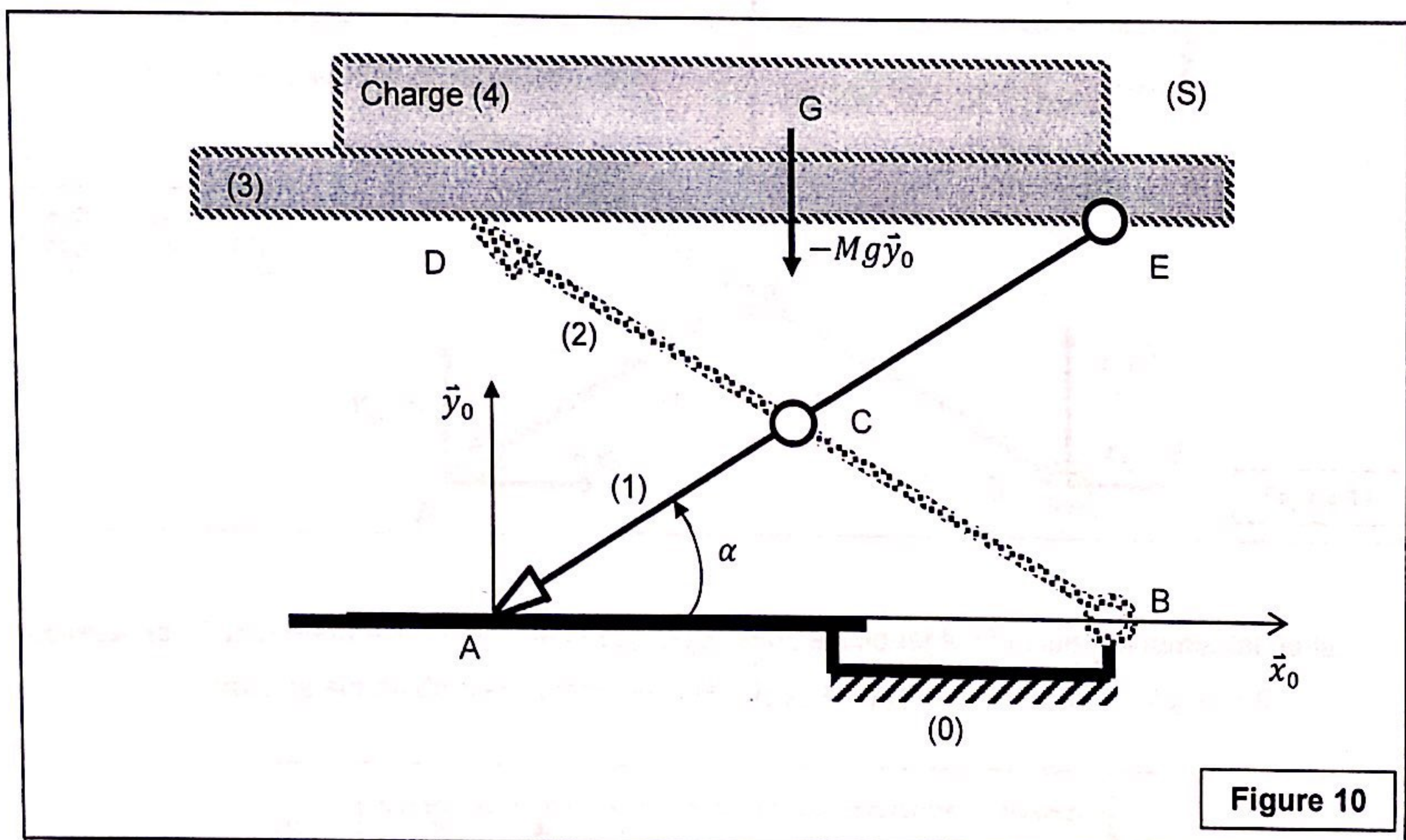
$$\{2 \rightarrow S\} = \begin{Bmatrix} Y_{D2S} \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D \text{ Torseur de l'action de (2) sur (S) en D, avec (S)=(3+4) de masse } M=(m_3+m_4).$$

Les masses des autres pièces sont négligées.

$$\{0 \rightarrow 2\} = \begin{Bmatrix} X_{B02} \vec{x}_0 + Y_{B02} \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B \text{ Torseur de l'action de (0) sur (2) en B.}$$

$$\{2 \rightarrow 1\} = \begin{Bmatrix} X_{C21} \vec{x}_0 + Y_{C21} \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C \text{ Torseur de l'action de (2) sur (1) en C.}$$

$$\{1 \rightarrow S\} = \begin{Bmatrix} X_{E1S} \vec{x}_0 + Y_{E1S} \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E \text{ Torseur de l'action de (1) sur (S) en E.}$$



En plus des torseurs statiques des liaisons il y'a les deux torseurs suivants :

$$\{Ecrou \rightarrow 1\} = \begin{Bmatrix} F \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A \text{ Torseur de l'action du système vis-écrou sur (1) en A.}$$

$$\{Pesanteur \rightarrow S\} = \begin{Bmatrix} -Mg \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G \text{ Torseur de l'action de la pesanteur sur (S) en G, } M=(m_3+m_4).$$

pour simplifier, on suppose que $\vec{CG}$ est colinéaire à $\vec{y}_0$.

On pose :

$$\overrightarrow{AB} = L \cos(\alpha) \vec{x}_0 ;$$

 L : longueur constante

$$\overrightarrow{AE} = L \cos(\alpha) \vec{x}_0 + L \sin(\alpha) \vec{y}_0 ;$$

$$\overrightarrow{AC} = \frac{L}{2} \cos(\alpha) \vec{x}_0 + \frac{L}{2} \sin(\alpha) \vec{y}_0 ;$$

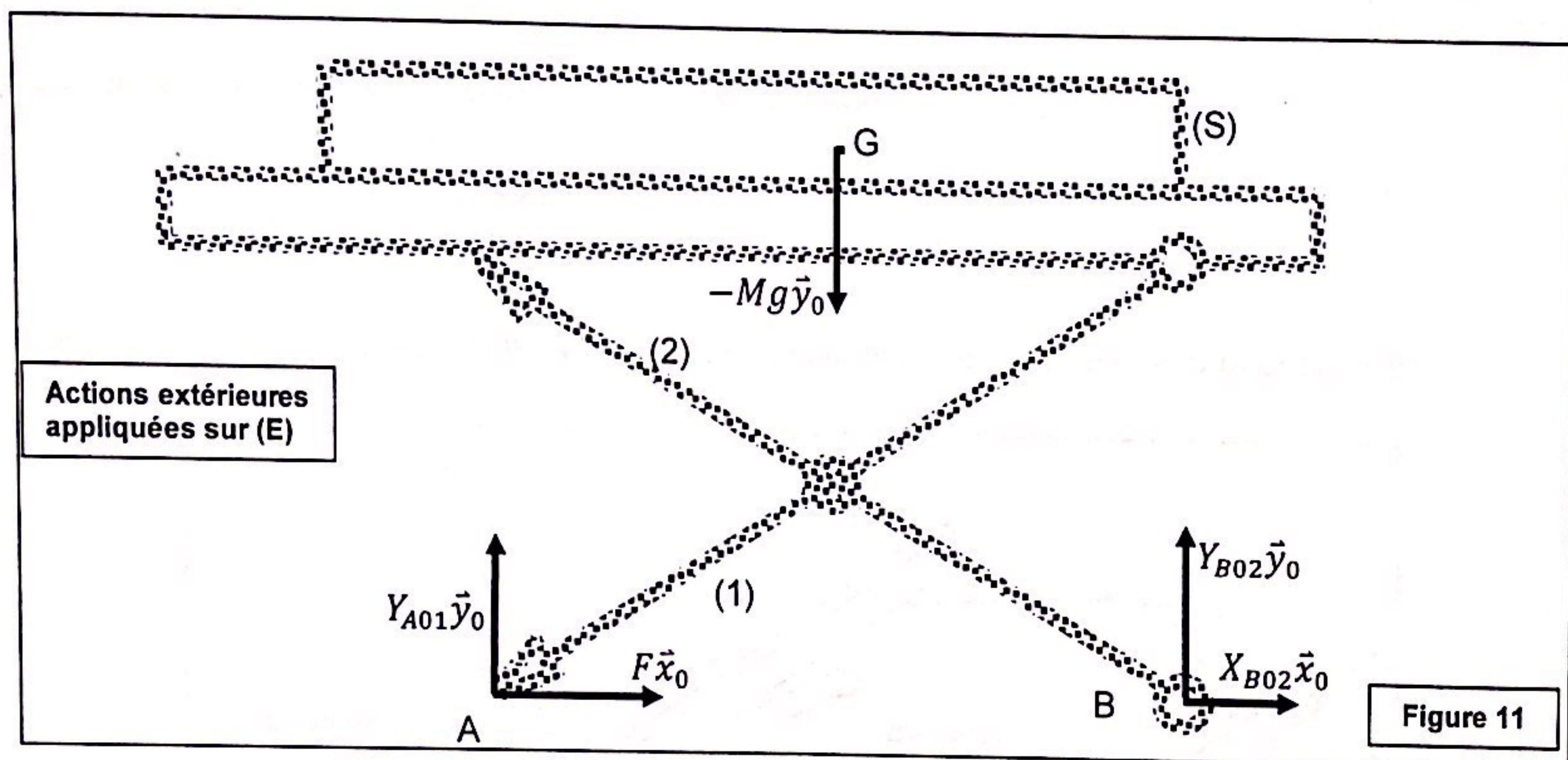
Le quadrilatère (ABED) est toujours un rectangle vu que ses diagonales [AE] et [BD] sont de même longueur et se coupent en leurs milieux.

$$\overrightarrow{AG} = \frac{L}{2} \cos(\alpha) \vec{x}_0 + (L \sin(\alpha) + h) \vec{y}_0$$

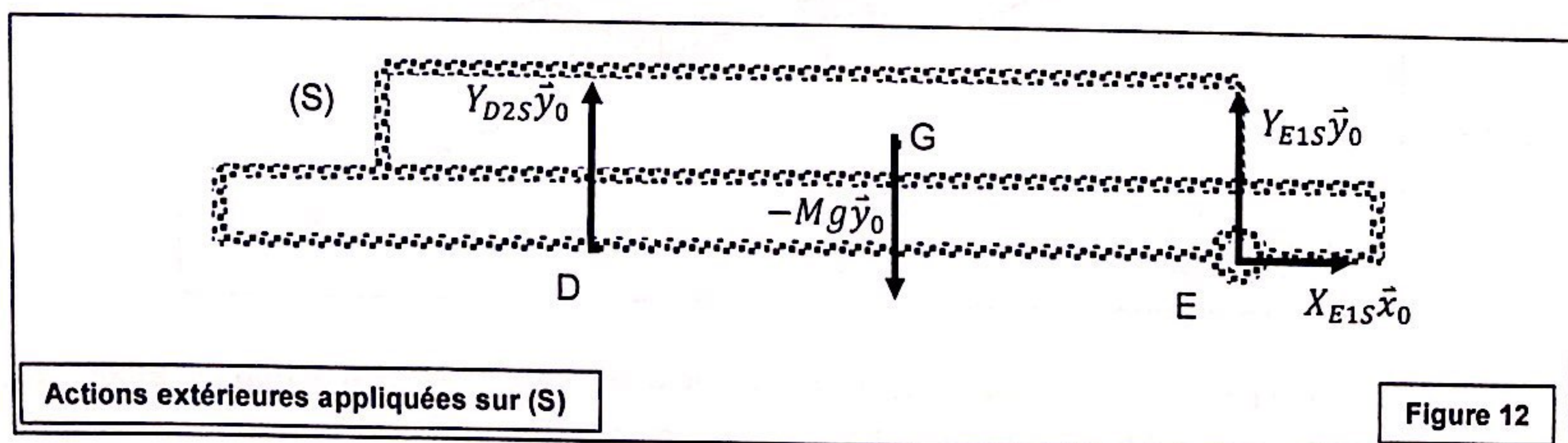
avec h : distance constante.

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE} = L \sin(\alpha) \vec{y}_0 ;$$

Question 11: Sur la (Figure 11) est isolé l'ensemble $E = (1, 2, S)$, appliquer le principe fondamental de la statique sur ce dernier et montrer que $Y_{A01} = Y_{B02} = \frac{Mg}{2}$ et $X_{B02} = -F$

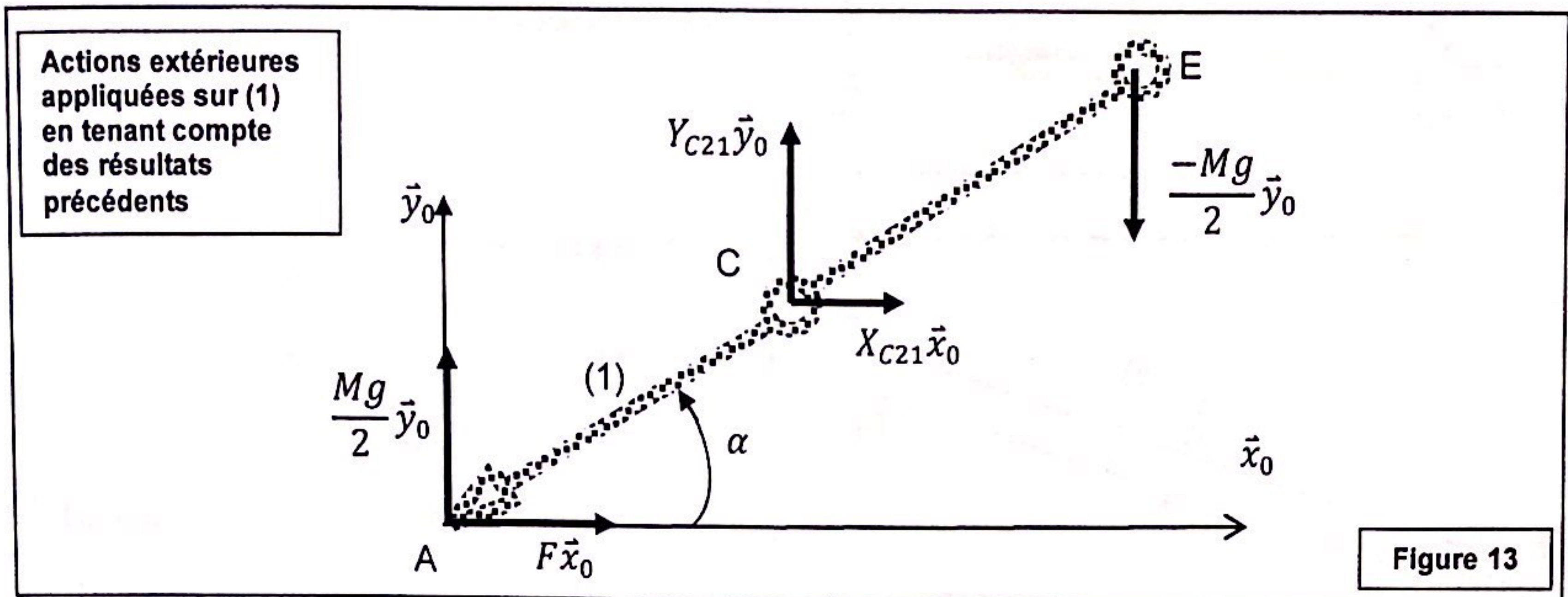


Question 12: Sur la (Figure 12) est isolé le solide (S) seul, appliquer le principe fondamental de la statique sur ce dernier et montrer que $Y_{D2S} = Y_{E1S} = \frac{Mg}{2}$ et $X_{E1S} = 0$



Question 13: Sur la (Figure 13) est isolé le solide (1) seul, appliquer le principe fondamental de la statique sur ce dernier au point C, et déduire les actions :

$$X_{C21}, Y_{C21} \text{ et montrer que } F = \frac{Mg}{\tan(\alpha)}$$



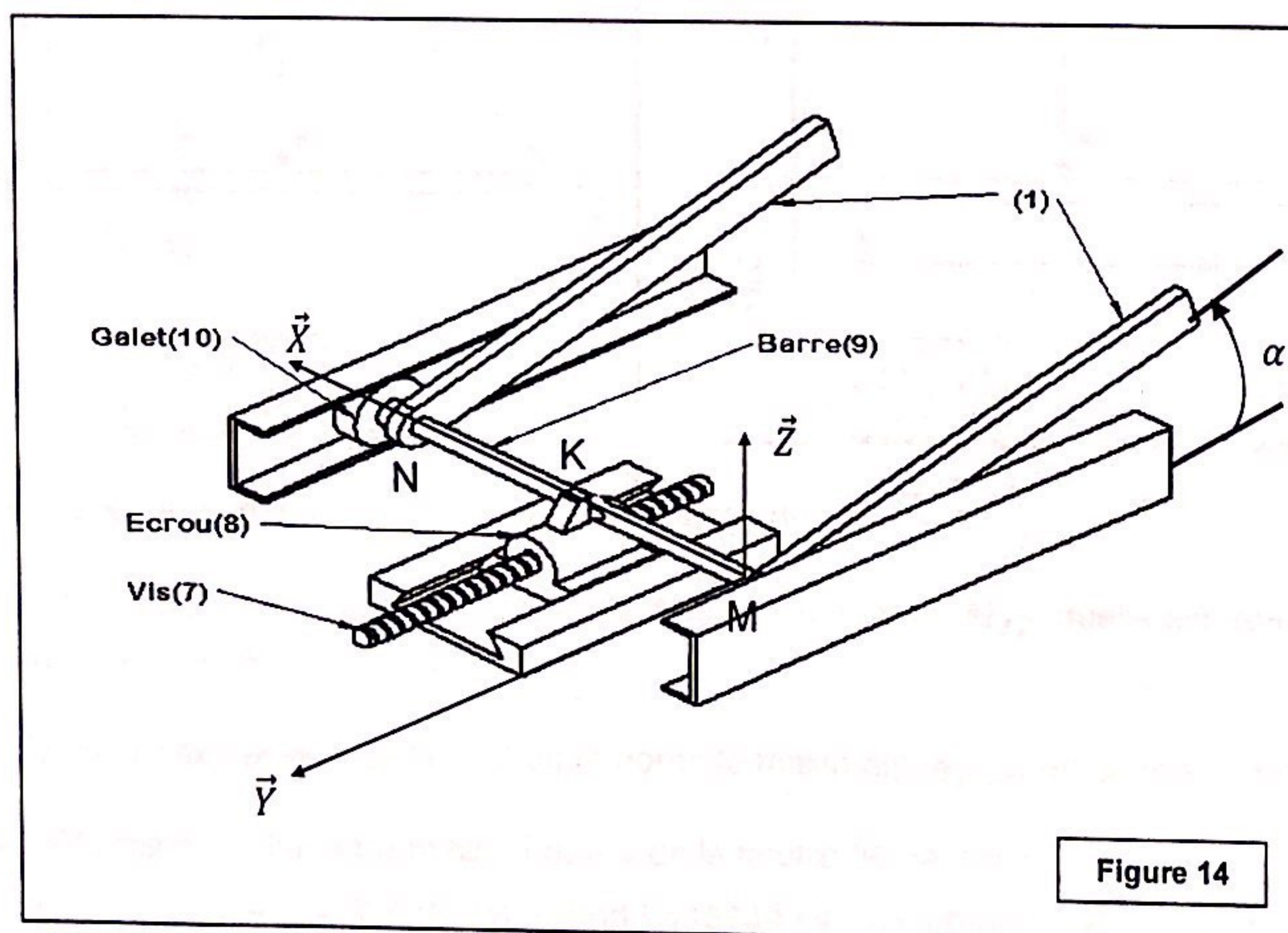
Question 14: Calculer F à la position $\alpha = 15^\circ$ sachant que

$$m_3 = 5 \text{ kg}$$

$$m_4 = 425 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$$

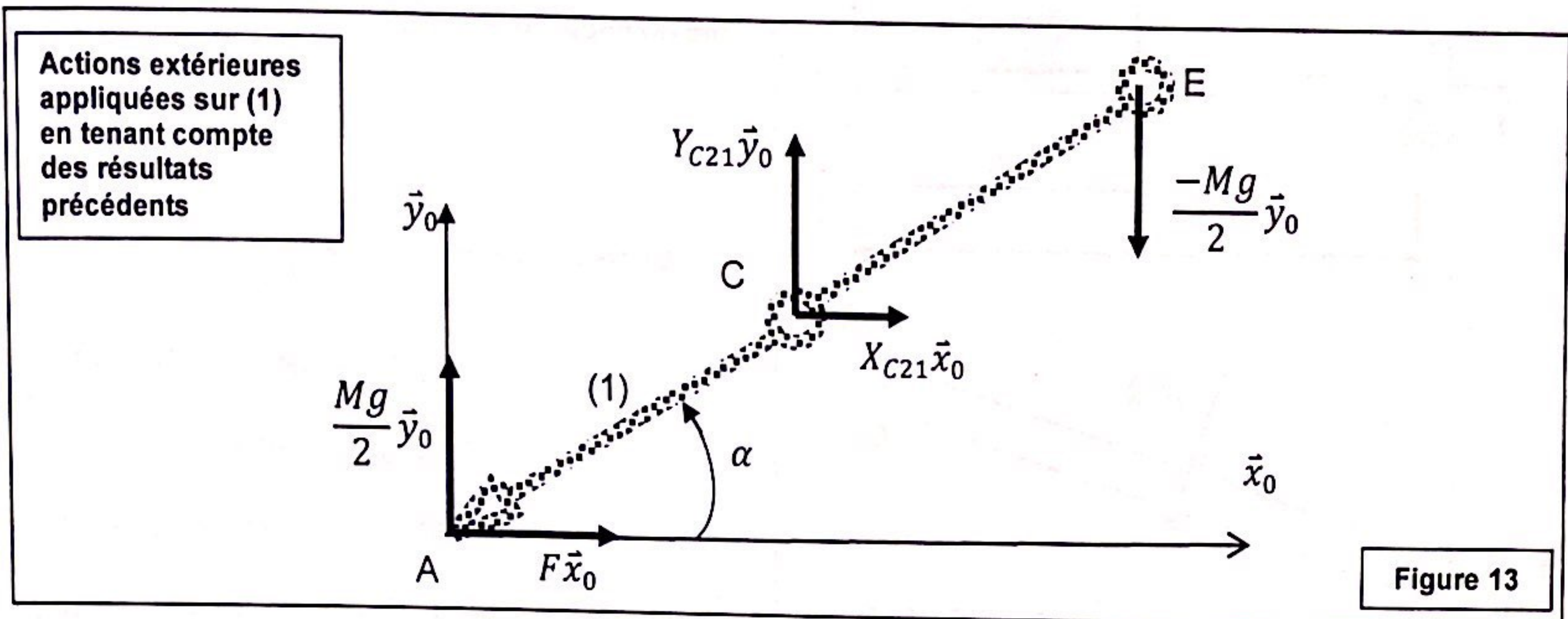
Question 15: Expliquer pourquoi le système doit fonctionner très loin de $\alpha = 0$ pour ($\alpha > 0$).



La (Figure 14) donne un aperçu sur la zone d'application du torseur $\{E_{crou} \rightarrow 1\}$ (déjà vu ci-dessus), il est exercé par l'écrou (8) sur les barres (1) à travers la barre (9).

Question 13: Sur la (Figure 13) est isolé le solide (1) seul, appliquer le principe fondamental de la statique sur ce dernier au point C, et déduire les actions :

$$X_{C21}, Y_{C21} \text{ et montrer que } F = \frac{Mg}{\tan(\alpha)}$$



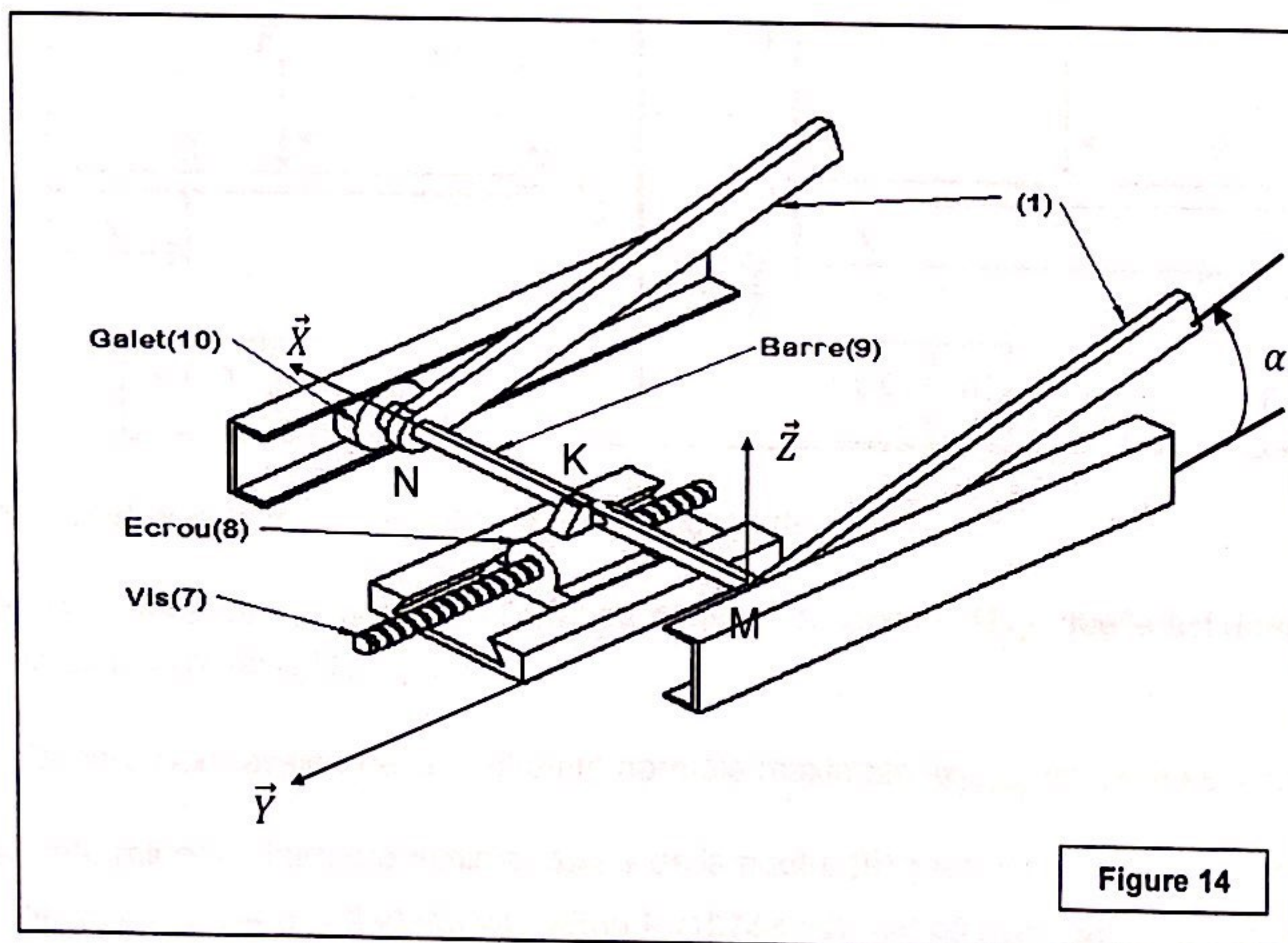
Question 14: Calculer F à la position $\alpha = 15^\circ$ sachant que

$$m_3 = 5 \text{ kg}$$

$$m_4 = 425 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$$

Question 15: Expliquer pourquoi le système doit fonctionner très loin de $\alpha = 0$ pour ($\alpha > 0$).



La (Figure 14) donne un aperçu sur la zone d'application du torseur $\{E_{crou} \rightarrow 1\}$ (déjà vu ci-dessus), il est exercé par l'écrou (8) sur les barres (1) à travers la barre (9).

La figure (15) représente un modèle simplifié d'étude de résistance de la barre (9).

La barre (9) est modélisée par une poutre droite (MN) de longueur (a), reposant sur deux appuis simples et soumise à un effort $\vec{F}$ appliqué en son milieu K.

$(M, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ repère lié à la poutre (9)

$\begin{Bmatrix} Y_M \vec{Y} \\ 0 \end{Bmatrix}_M$ et $\begin{Bmatrix} Y_N \vec{Y} \\ 0 \end{Bmatrix}_N$ Actions des appuis sur (9).

$$\overrightarrow{MN} = a\vec{X} \quad \overrightarrow{MK} = \frac{a}{2}\vec{X} \quad \vec{F} = -F\vec{Y}$$

F : Effort maximum à $\alpha = 15^\circ$.

Le poids de la poutre est négligé.

Elle est de section circulaire de diamètre (d_9)

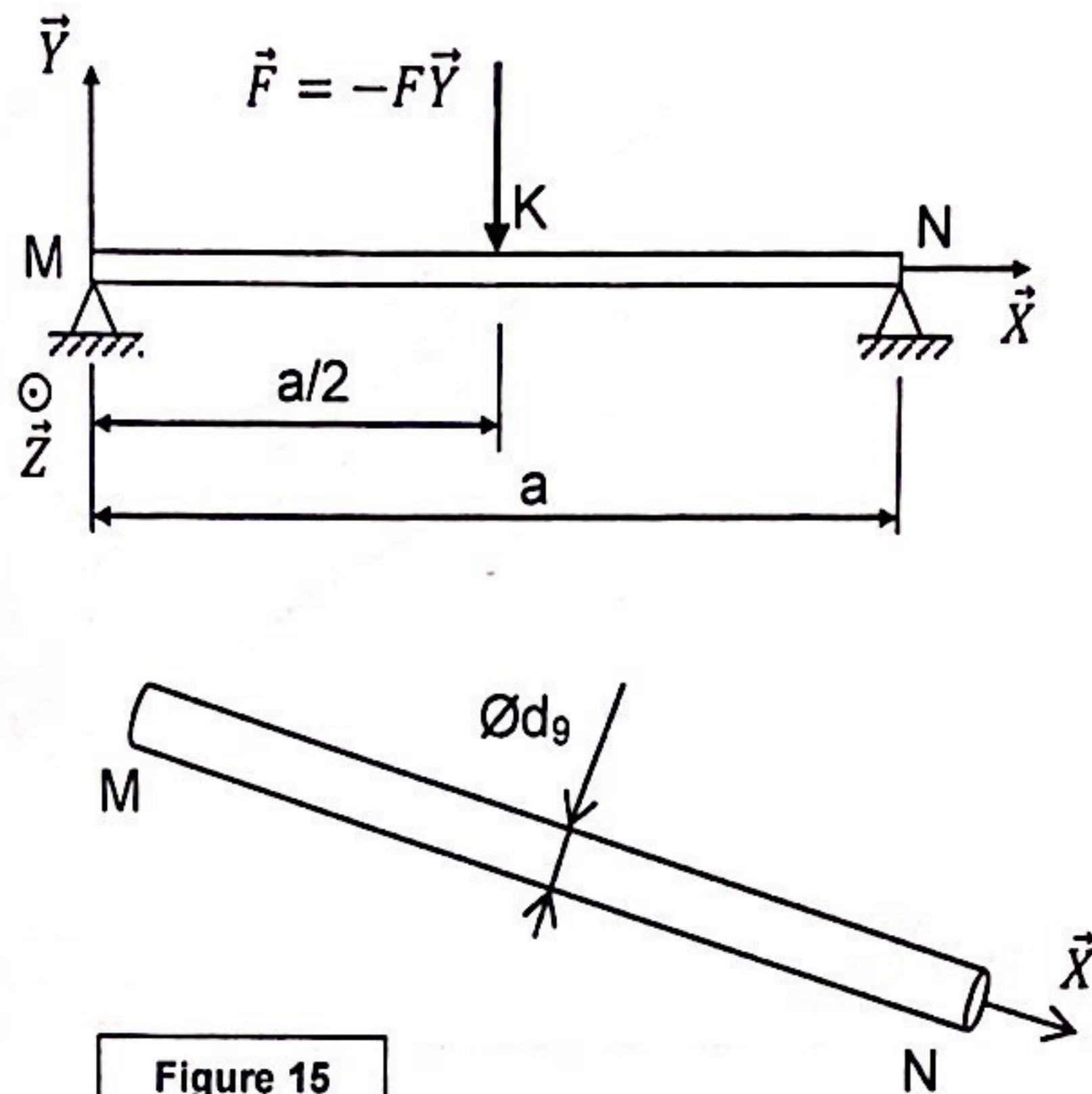


Figure 15

Question 16: Déterminer les actions en M et N des appuis simples sur la poutre.

Question 17: Déterminer le torseur de cohésion $\{\tau_{coh}\}_G$ le long de la poutre en fonction de la variable x telle que : $\overrightarrow{AG} = x\vec{X}$ (G centre de la section de coupure (Figure 16)).

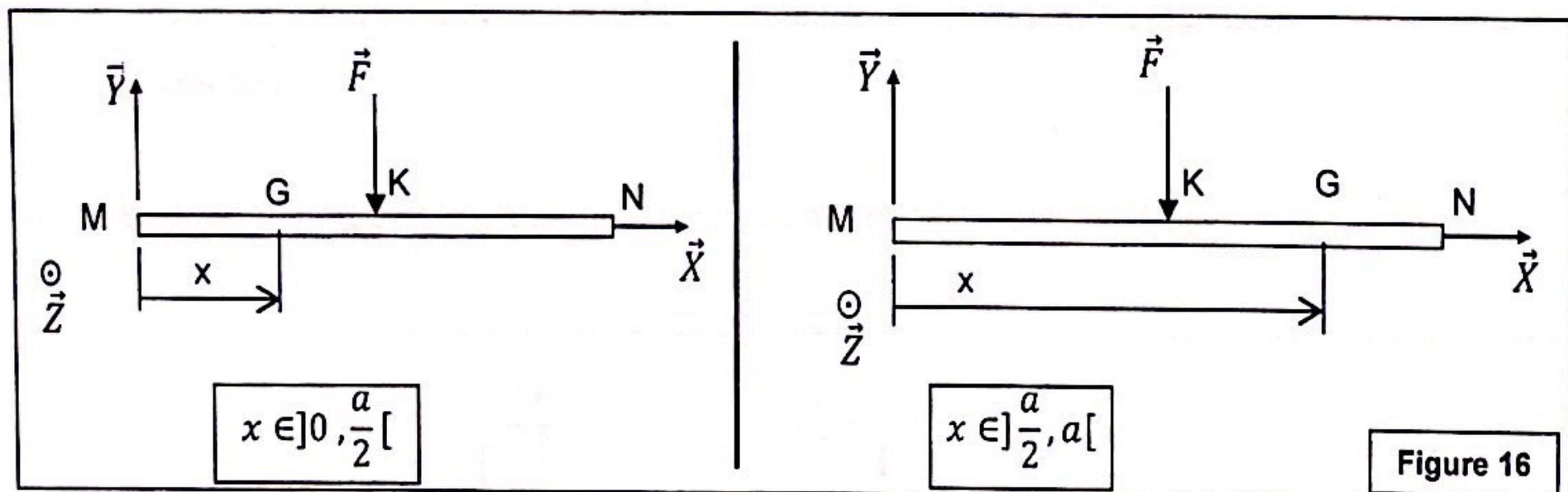


Figure 16

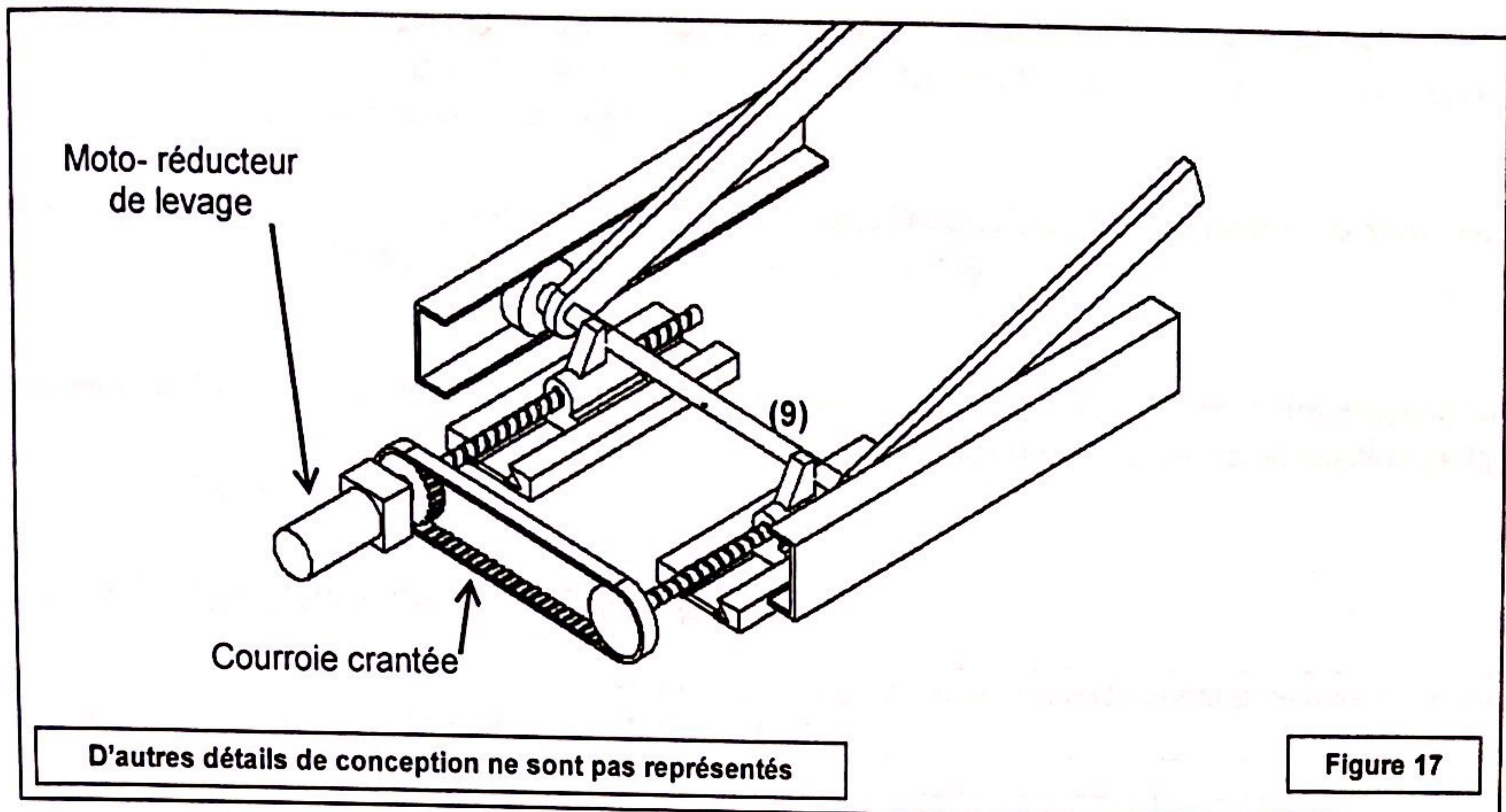
Question 18: Tracer le moment de flexion M_{fZ} en fonction de x.

Question 19: On s'intéresse uniquement à l'effet du moment de flexion M_{fZ} , quelle est donc la section la plus sollicitée ($M_{fZ \max}$).

Donner l'expression de la contrainte normale maximale $\sigma_{\max}$ en cette section.

Question 20: Déterminer le diamètre minimal $d_{9(\text{Min})}$ de la poutre (9) sachant qu'elle est en acier de limite élastique $\sigma_e = 330$ (MPa), l'effort $F = 15743$ (N), $a = 500$ (mm) et on adopte un coefficient de sécurité $s = 2,5$.

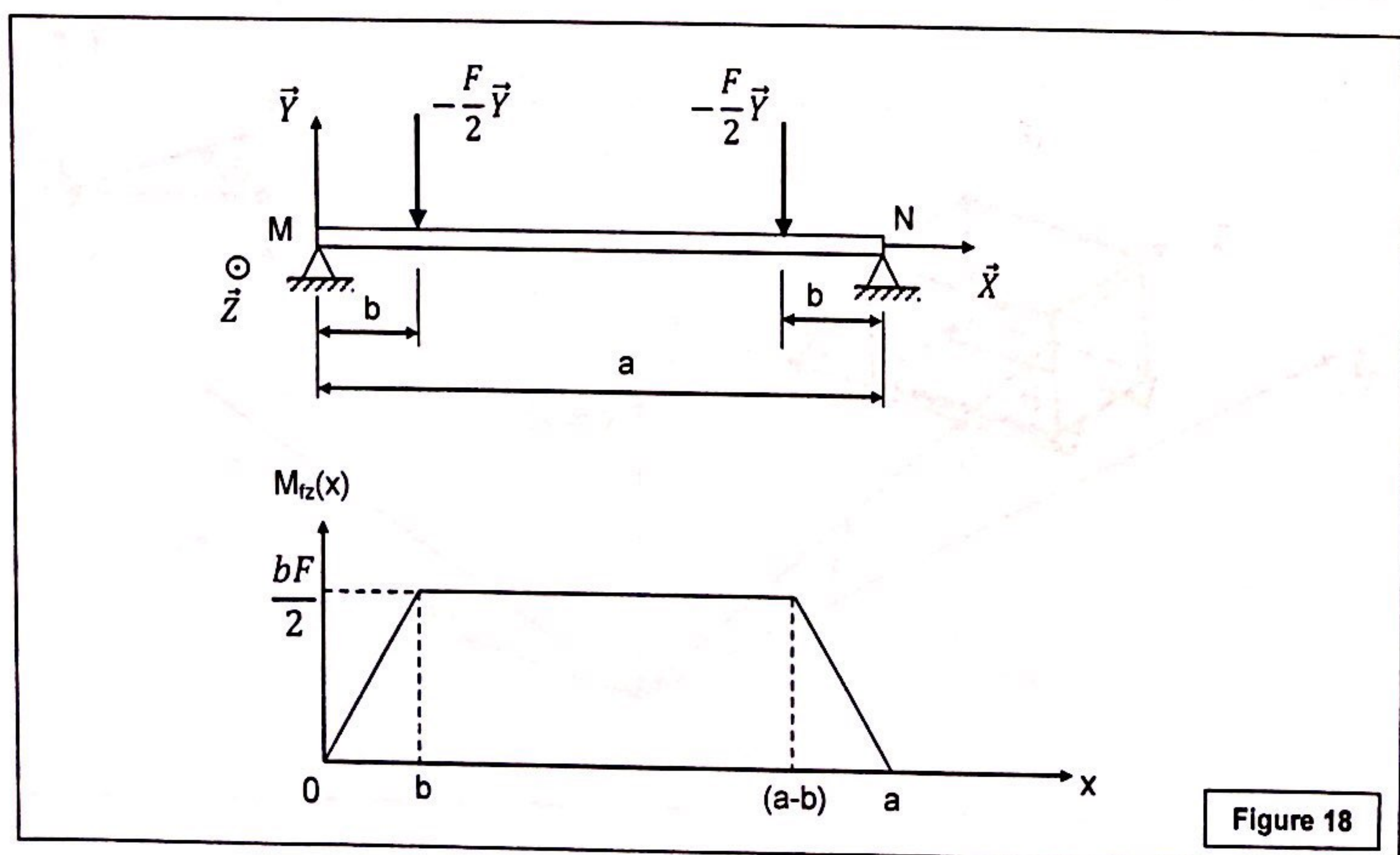
Avec ces données et dans ces conditions de travail, la barre (9) consommerait trop de matière et alourdirait la conception surtout qu'elle est en acier.



La (Figure 17) propose une autre solution telle que :

- La barre (9) est du même matériau et de même longueur (a).
- Elle est toujours soumise à la flexion.
- On garde le même coefficient de sécurité $s=2,5$
- Elle est poussée par deux systèmes vis-écrou plus petits que celui de la (figure 14).
- Ces derniers sont synchronisés en rotation par deux poulies identiques et une courroie crantée.

La (Figure 18) donne le modèle d'étude et le tracé du moment de flexion $M_{fz}(x)$



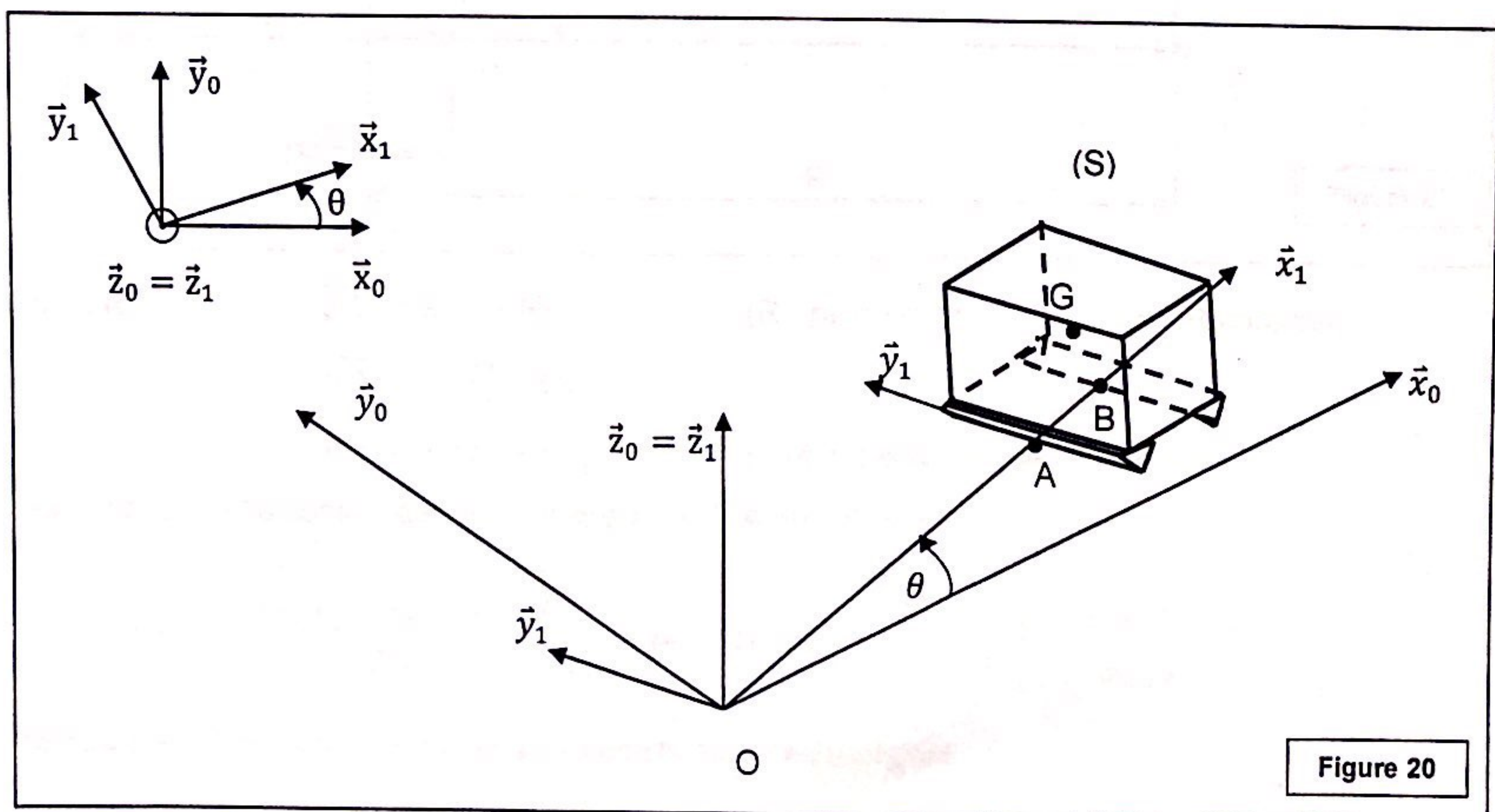
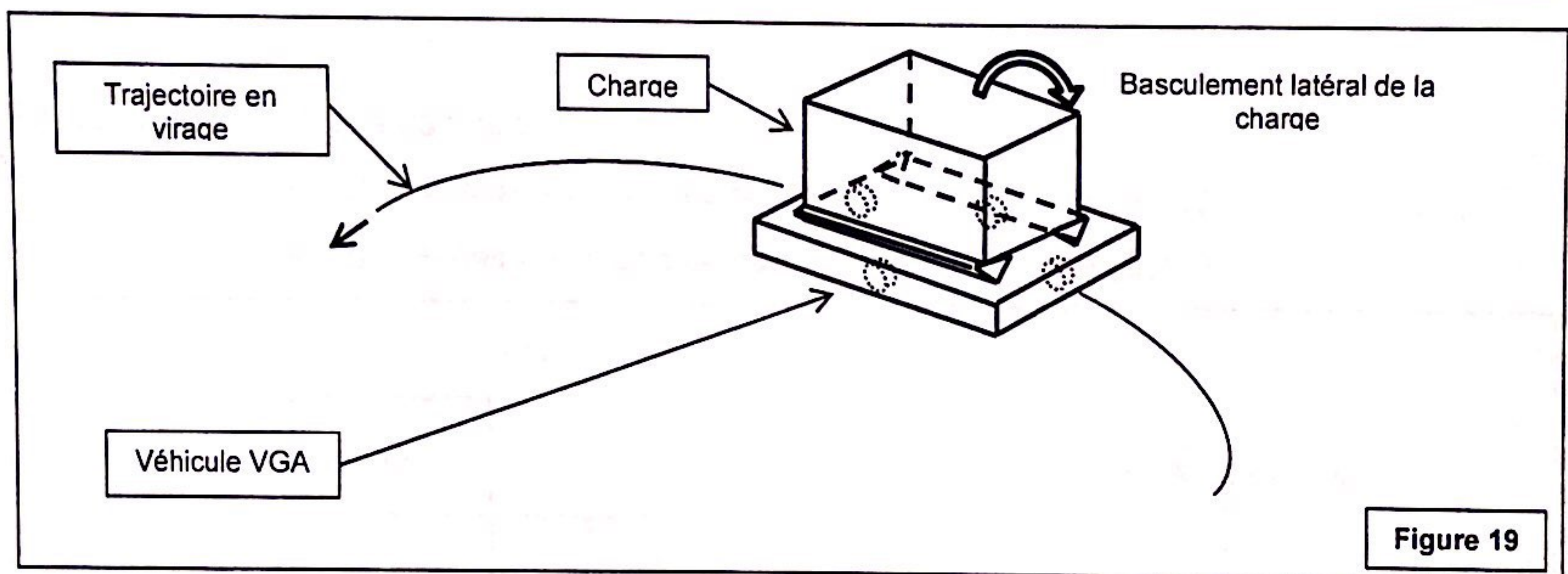
Question 21: Déterminer le diamètre minimal $d_{9(Mini)}$ de la poutre (9) sachant qu'elle est en acier de limite élastique $\sigma_e = 330$ (MPa), l'effort $F = 15743$ (N), $a = 500$ (mm), $b = 50$ mm, et on adopte un coefficient de sécurité $s = 2,5$.

Question 22: Pourquoi, comme a été signalé ci-dessus dans l'énoncé, les deux systèmes vis-écrou de la (figure 17) sont plus petits que celui de la (figure 14).

Question 23: Dans la table élévatrice à ciseaux, en remarquant le rapport entre le poids $(m_3 + m_4)g$ et la valeur de l'effort (F), justifiez la proposition des concepteurs de la deuxième solution de la (figure 17).

Partie C. Etude dynamique du VGA en virage :

Le but de cette partie est d'établir le lien entre le rayon de virage et la vitesse linéaire de déplacement du véhicule, pour éviter le basculement latéral de la charge.



La (Figure 19) représente le véhicule chargé, se déplaçant en virage. Dans certaines conditions de géométrie et de mouvement, la charge risque de basculer latéralement.

Les (Figures 20 et 21) représentent un modèle de la charge toute seule.

$R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère lié au Sol (0) tel que $\vec{z}_0$ vertical ascendant.

$R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ repère lié à la charge tel que :

$$\theta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) \quad \text{et} \quad (\vec{z}_0 = \vec{z}_1) \quad [\theta(t) \text{ variable : paramètre de mouvement}]$$

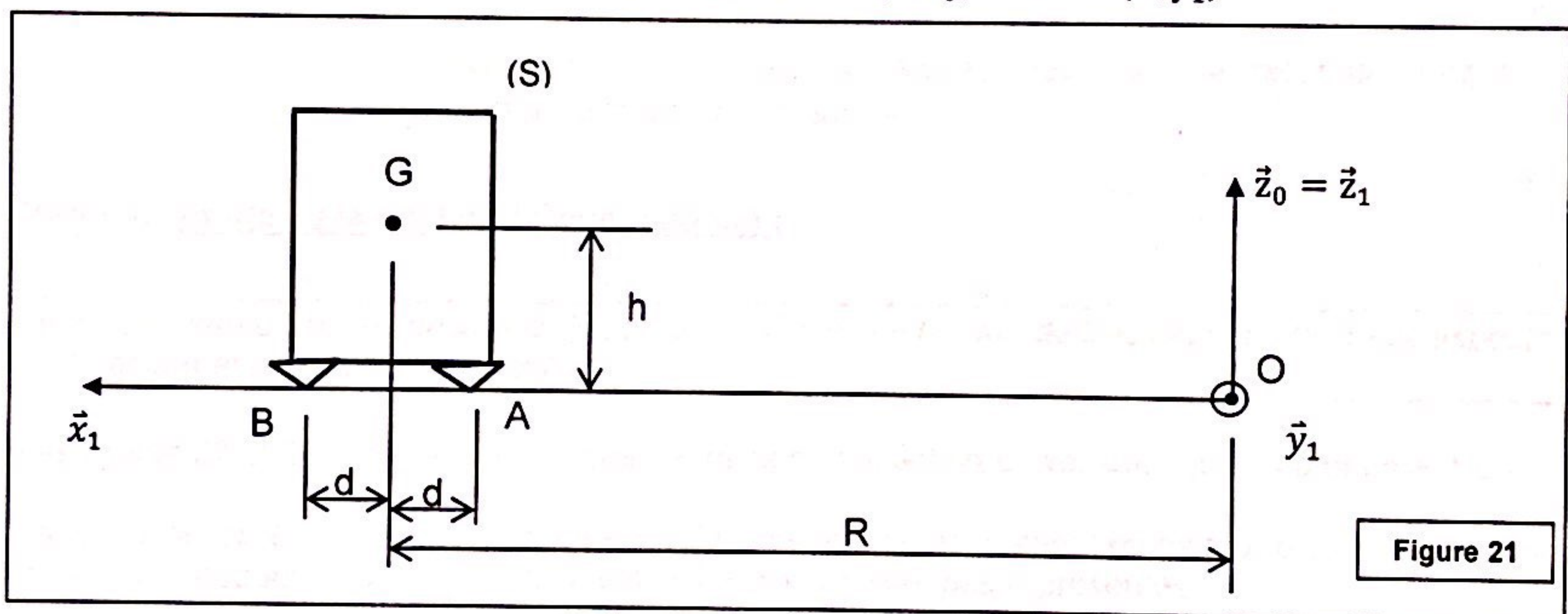
R_0 est supposé galiléen.

La charge est modélisée par un solide (S) de masse m , de centre d'inertie G et de matrice d'inertie :

$$\bar{I}_G(S) = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

Elle repose sur le VGA à travers deux liaisons :

- Une linéaire rectiligne de normale $(A, \vec{z}_0)$ et d'axe $(A, \vec{y}_1)$
- Une linéaire rectiligne de normale $(B, \vec{z}_0)$ et d'axe $(B, \vec{y}_1)$



On pose :

$$\begin{aligned} \vec{OG} &= R\vec{x}_1 + h\vec{z}_1 & (R : \text{rayon du trajet en virage (R constant)}) \\ \vec{GA} &= -h\vec{z}_1 - d\vec{x}_1 \\ \vec{GB} &= -h\vec{z}_1 + d\vec{x}_1 & (h \text{ et } d \text{ des distances constantes}) \end{aligned}$$

Les actions aux liaisons linéaires rectilignes du VGA sur (S) sont :

$$\{VGA \rightarrow S\}_A = \begin{Bmatrix} X_A \vec{x}_1 + Y_A \vec{y}_1 + Z_A \vec{z}_1 \\ M_{Ax} \vec{x}_1 \end{Bmatrix}_A \quad \text{et} \quad \{VGA \rightarrow S\}_B = \begin{Bmatrix} X_B \vec{x}_1 + Y_B \vec{y}_1 + Z_B \vec{z}_1 \\ M_{Bx} \vec{x}_1 \end{Bmatrix}_B$$

Remarque : Ces deux liaisons ne sont pas considérées parfaites.

$$\vec{g} = -g\vec{z}_0 \quad \text{Accélération de pesanteur.}$$

Question 24: Appliquer le principe fondamental de la dynamique sur (S) au point G, et en déduire six équations scalaires par projections du TRD et du TMD sur la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

Question 25: En déduire que : $Z_A = \frac{m}{2} \left[g - \frac{Rh\dot{\theta}^2}{d} \right]$

$$Z_B = \frac{m}{2} \left[g + \frac{Rh\dot{\theta}^2}{d} \right]$$

Question 26: La condition de non basculement latéral de la charge (S) est : $Z_A > 0$, en déduire l'inégalité liant la vitesse linéaire (V) et le rayon (R). (Avec $V = R\dot{\theta}$)

Question 27: Faire l'application numérique (à la limite du basculement) et compléter le tableau :

d = 300 mm
h = 900 mm
g = 9,81 m/s²

R en (m)	0,8	1,5	2	2,5	3
V en (m/s)	Tableau à reproduire sur votre copie de réponse				

Question 28: Tracer la courbe $V = f(R)$ en (m/s) pour $R \in]0,8 ; 3[$ en (m)

Remarque : cette courbe sera programmée sur le VGA afin d'adapter la vitesse d'avance en fonction des rayons des virages. Le VGA reconnaît chaque virage à l'aide de codes-barres.

Partie D. Etude de la traction (Roue motrice) :

Le but de cette partie est de vérifier les caractéristiques de la roue de traction dans les deux aspects, cinématique et résistance des matériaux.

Les figures 22 et 23 représentent la roue de traction et direction du véhicule guidé autonome (VGA).

La figure 24 représente les engrenages qui transmettent le mouvement du moteur électrique à la roue de traction, beaucoup de détails de la solution réelle ne sont pas représentés.

(1) : pignon moteur de nombre de dent $Z_1 = 19$ dents. L'arbre (A) relie le rotor au pignon (1).

(2) : Roue dentée de nombre de dents $Z_2 = 122$ dents.

(3) : Pignon de nombre de dents $Z_3 = 14$ dents.

(2) et (3) forment une même pièce à l'aide de l'arbre (B).

(4) : Roue dentée de nombre de dents $Z_4 = 56$ dents,

(4) est liée à la roue de traction à travers l'arbre creux (C).

(A) : Arbre plein de diamètre d_A .

(B) : Arbre plein de diamètre d_B .

(C) : Arbre creux de diamètre extérieur $d_{C\text{ ext}}$ et de diamètre intérieur $d_{C\text{ int}}$.

Le réducteur à engrenages ainsi formé est ordinaire (Simple), voir schéma cinématique (Figure 25).

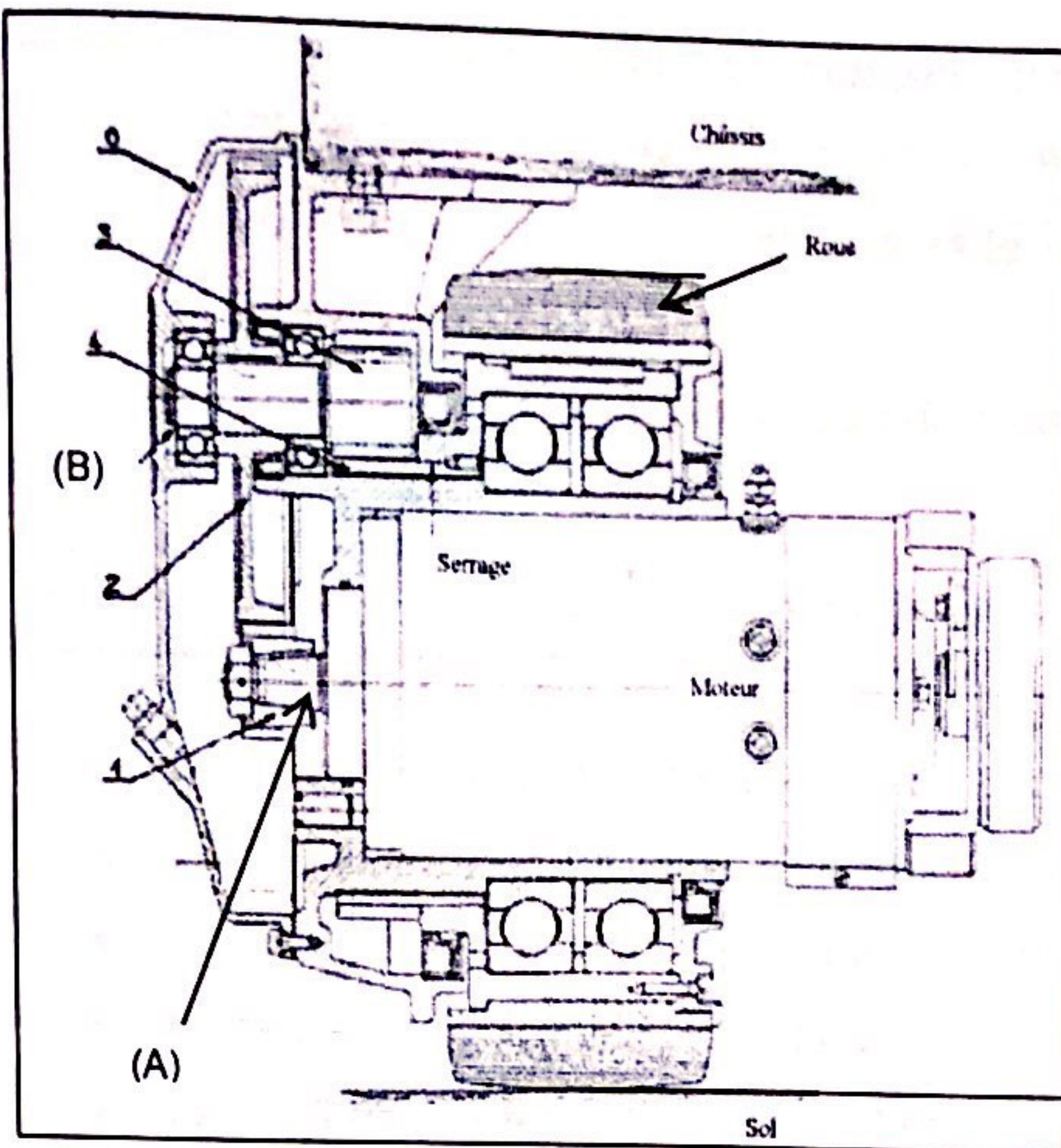


Figure 23

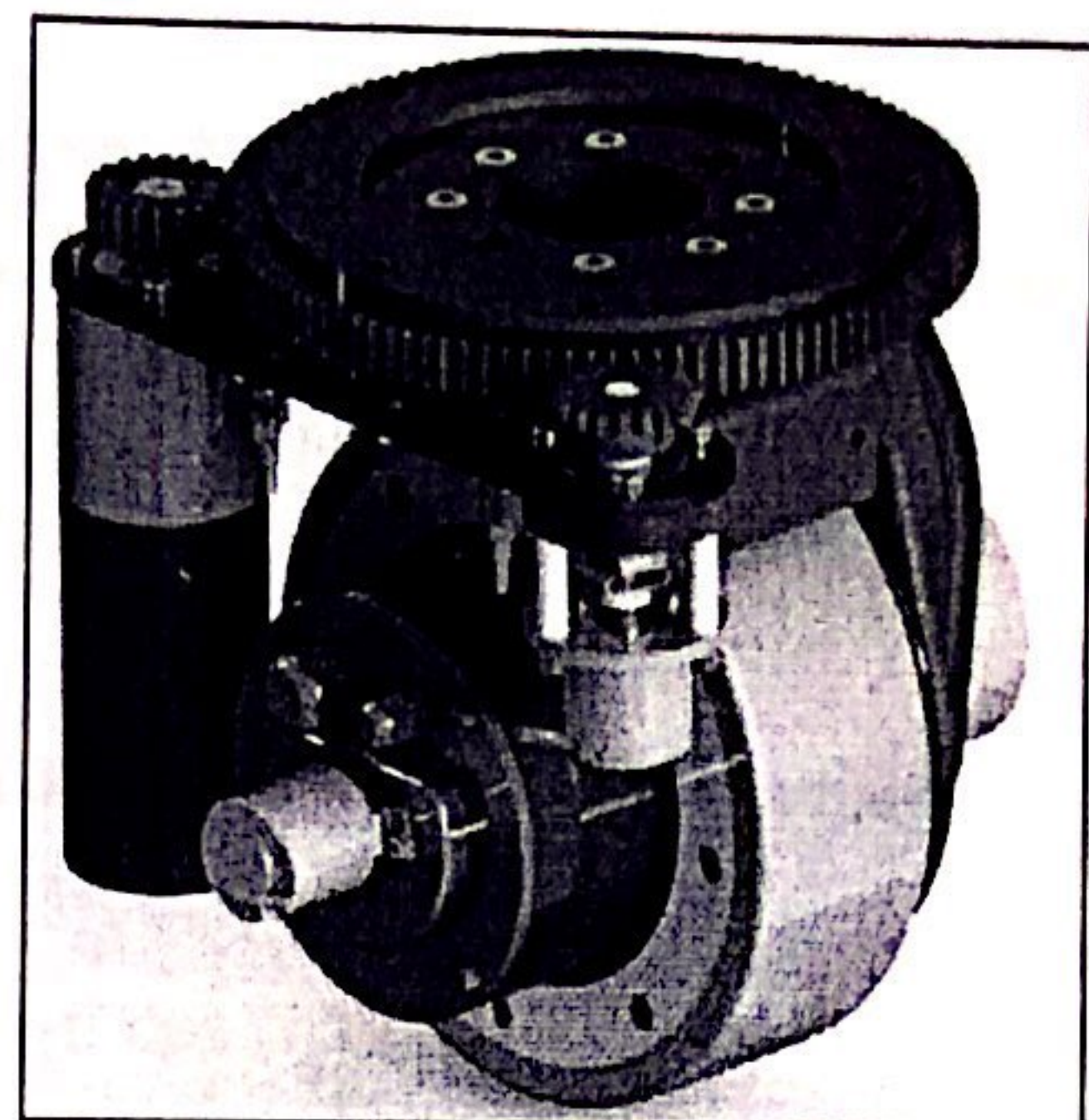


Figure 22

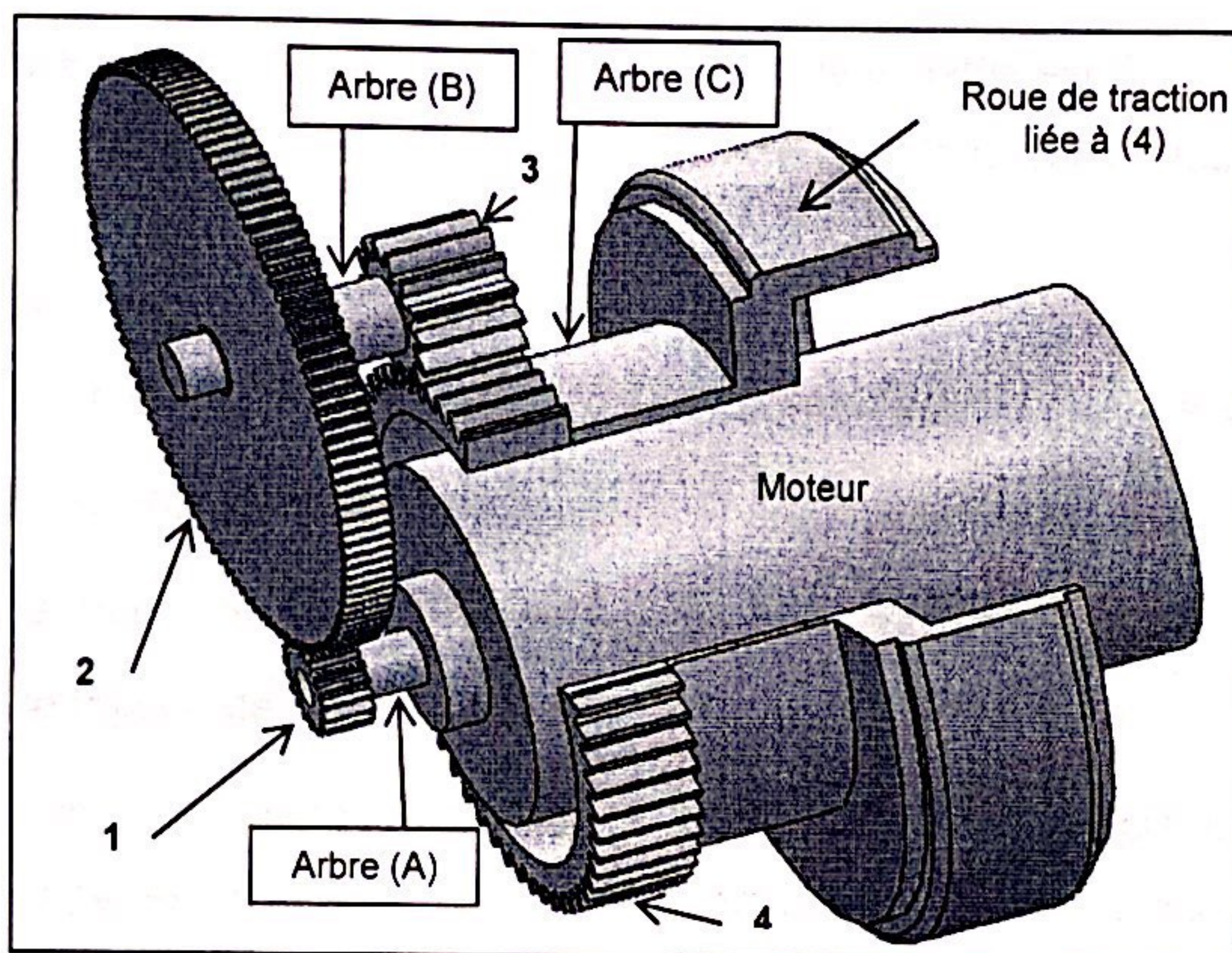


Figure 24

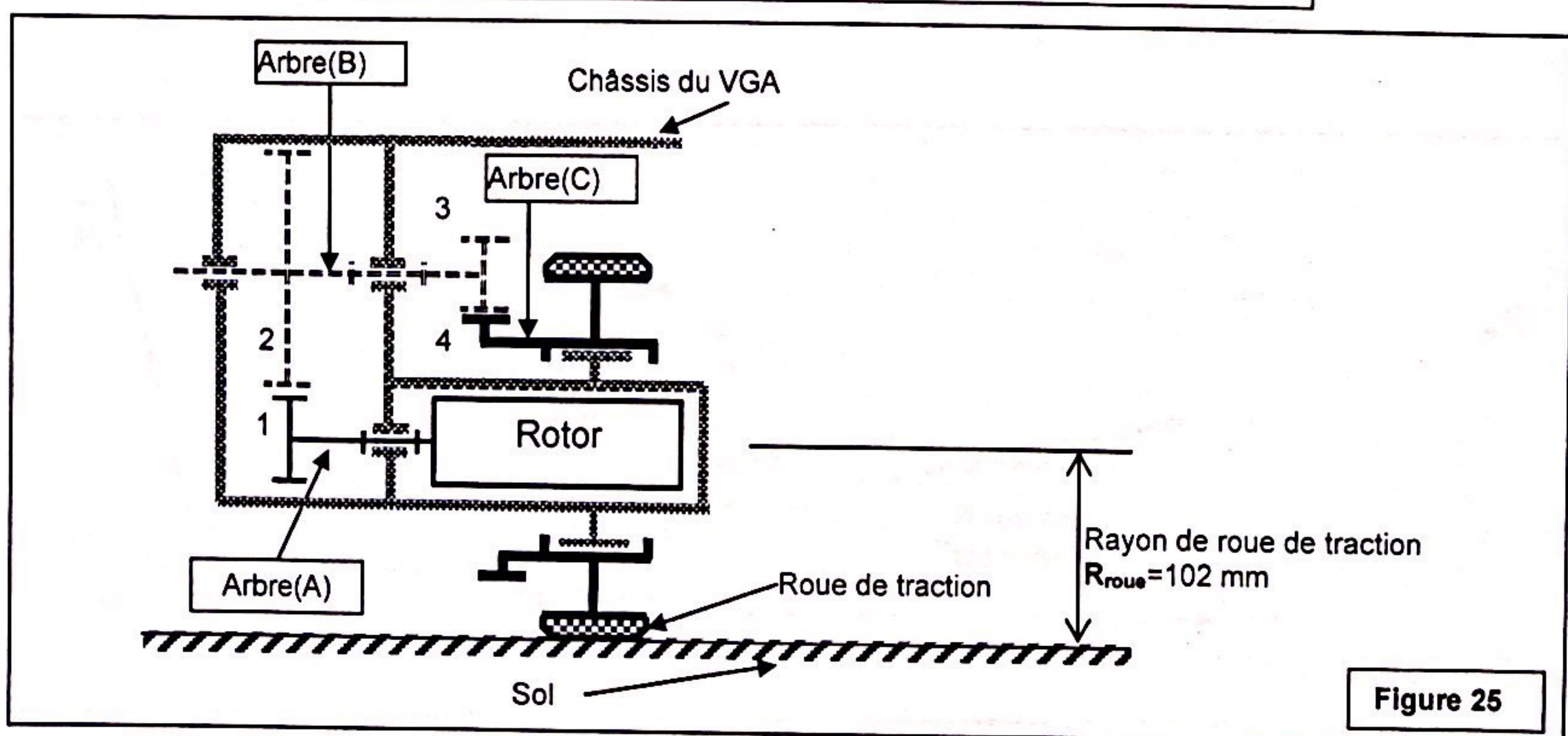


Figure 25

Question 29: La vitesse maximale de déplacement en ligne droite imposée par le cahier des charges est 6,48 km/h, le rayon de la roue est $R_{\text{roue}}=102$ mm et on suppose que celle-ci **roule sans glisser** sur le sol, en déduire la vitesse angulaire de rotation de la roue par rapport au châssis ω_{roue} .

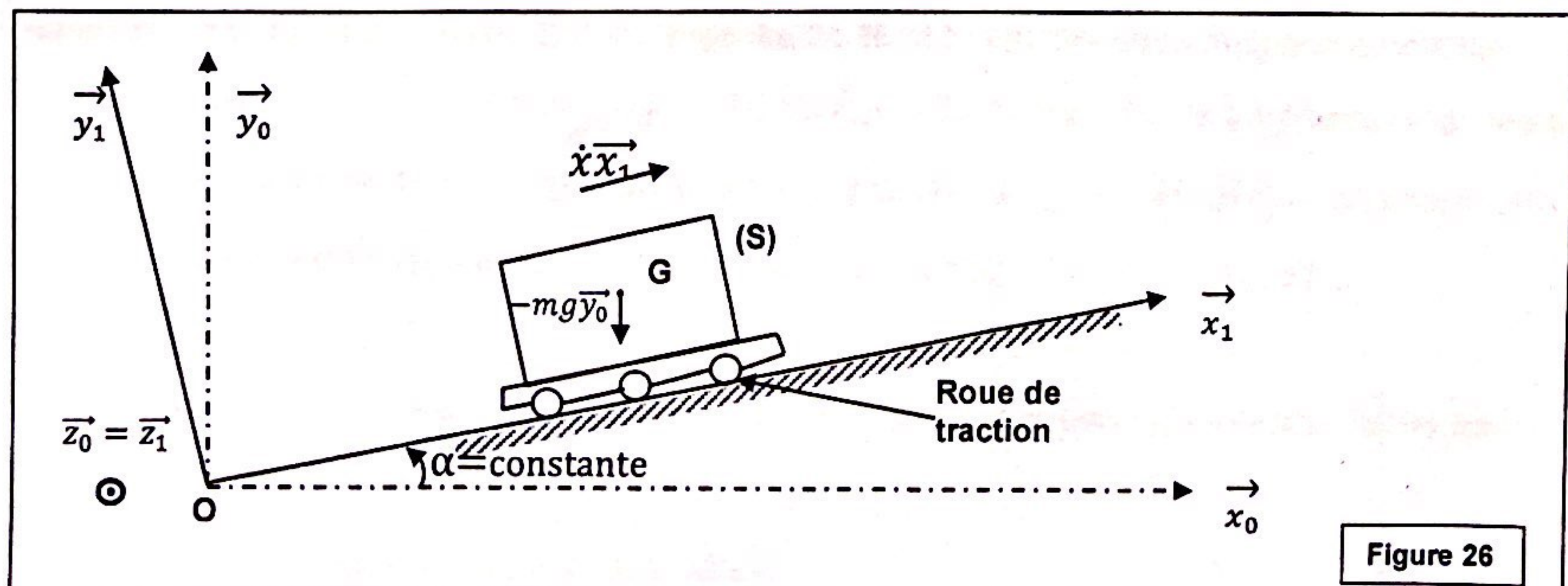
Question 30: Exprimer et calculer le rapport de transmission $K = \frac{\omega_{\text{roue}}}{\omega_{\text{rotor}}}$, en déduire ω_{rotor} .

La (Figure 26) représente le véhicule chargé en mouvement sur un sol incliné d'un angle α .

- On se place à la pente maximale 5%, définie par le cahier des charges.
- L'ensemble (S) = (Véhicule + charge) est considéré indéformable
- L'ensemble (S) est en mouvement de translation rectiligne en montée sur la pente.
- La résistance au roulement entre les roues et le sol est négligée.
- La roue de traction roule sans glisser sur le sol.

Données :

- La masse de l'ensemble (S) est $m=600$ kg, son centre d'inertie est G.
- On néglige les moments d'inertie des pièces en rotation (Roues, rotor, roues dentées ...)
- Accélération de pesanteur : $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.
- Vitesse de translation: $\dot{x}\vec{x}_1$.
- On se place dans une phase d'accélération du véhicule tel que $\ddot{x} = 0,5 \text{ m/s}^2$
- pente de 5% $\Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{5}{100}$
- Le rayon de la roue de traction : $R_{\text{roue}}=102$ mm.
- On suppose le rapport de transmission $K = \frac{\omega_{\text{roue}}}{\omega_{\text{rotor}}} = \frac{1}{26}$.
- Le rotor subit un couple moteur noté C_{rotor} , et tourne à la vitesse angulaire ω_{rotor}
- On néglige les pertes de puissance dans les liaisons et les transmissions.
- $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ sont liés au sol et supposés galiléens.



Question 31: Exprimer l'énergie cinétique de (S) dans son mouvement par rapport à R_0 : $E_c(S/R_0)$

Question 32: Exprimer la puissance de l'action de pesanteur sur (S) : $P(\text{pesanteur} \rightarrow S/R_0)$

Question 33: Exprimer la puissance motrice sur le rotor P_{rotor}

Question 34: Appliquer le théorème de l'énergie cinétique (ou de l'énergie puissance) sur (S) et

montrer que : $C_{\text{rotor}} = mKR_{\text{roue}}(\ddot{x} + g\sin(\alpha))$

Faire l'application numérique.

Question 35: On suppose que le rendement de l'engrenage 1-2 est $\eta_{12} = 1$

On suppose que le rendement de l'engrenage 3-4 est $\eta_{34} = 1$

Compléter le tableau suivant :

	Vitesse angulaire ω (rad/s)	Couple en (Nm)
Rotor et pignon (1)		
Roue dentée (2) et roue dentée (3)		
Roue dentée (4) et roue de traction		

Tableau à reproduire sur votre copie de réponse

Question 36: Comment expliquer que les dents de l'engrenage (1 - 2) sont de plus petite taille que celle de l'engrenage (3 - 4), (Voir Figure 24).

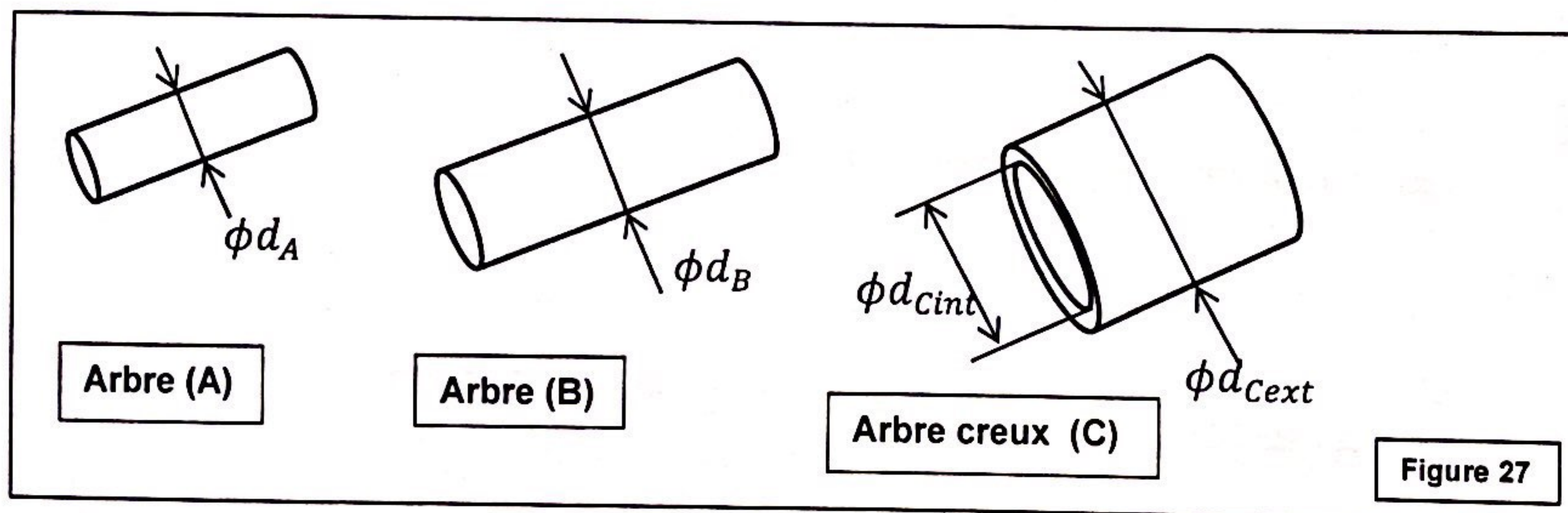


Figure 27

Question 37: Les arbres (A), (B) et (C) (voir Figures 24, 25 et 27) transmettent respectivement les couples : $C_A = 2,5 \text{ mN}$, $C_B = 16 \text{ mN}$, et $C_C = 62 \text{ mN}$, la contrainte tangentielle de limite élastique du matériau de ces trois arbres est $\tau_e = 180 \text{ MPa}$, on adopte un coefficient de sécurité $s=3$. Leurs diamètres respectifs sont $d_A = 12 \text{ mm}$, $d_B = 20 \text{ mm}$, $d_{cext} = 120 \text{ mm}$, $d_{cint} = 110 \text{ mm}$. Vérifier la condition de résistance de ces trois arbres en supposant qu'ils ne sont soumis qu'à la torsion.

FIN DU SUJET