

CONCOURS NATIONAL COMMUN

D'ADMISSION AUX GRANDES ECOLES D'INGENIEURS MAROCAINES

SESSION : 2021

FILIERE : TSI

EPREUVE DE GENIE MECANIQUE

DUREE : 3 HEURES

AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISE

LES CALCULATRICES SONT AUTORISEES

Le sujet comporte 20 pages réparties comme suit :

- **Deux** pages de garde non numérotées,
- L'énoncé de l'épreuve : pages numérotées de **1 à 14**,
- **Un** document annexe A1: **page 15**,
- **Cinq** documents réponses repérés **DR1 à DR5**, **pages 16 à 20**.

(A rendre avec la copie même vides).

Le sujet se compose de :

- **Un exercice préliminaire,**
- **Deux parties indépendantes.**

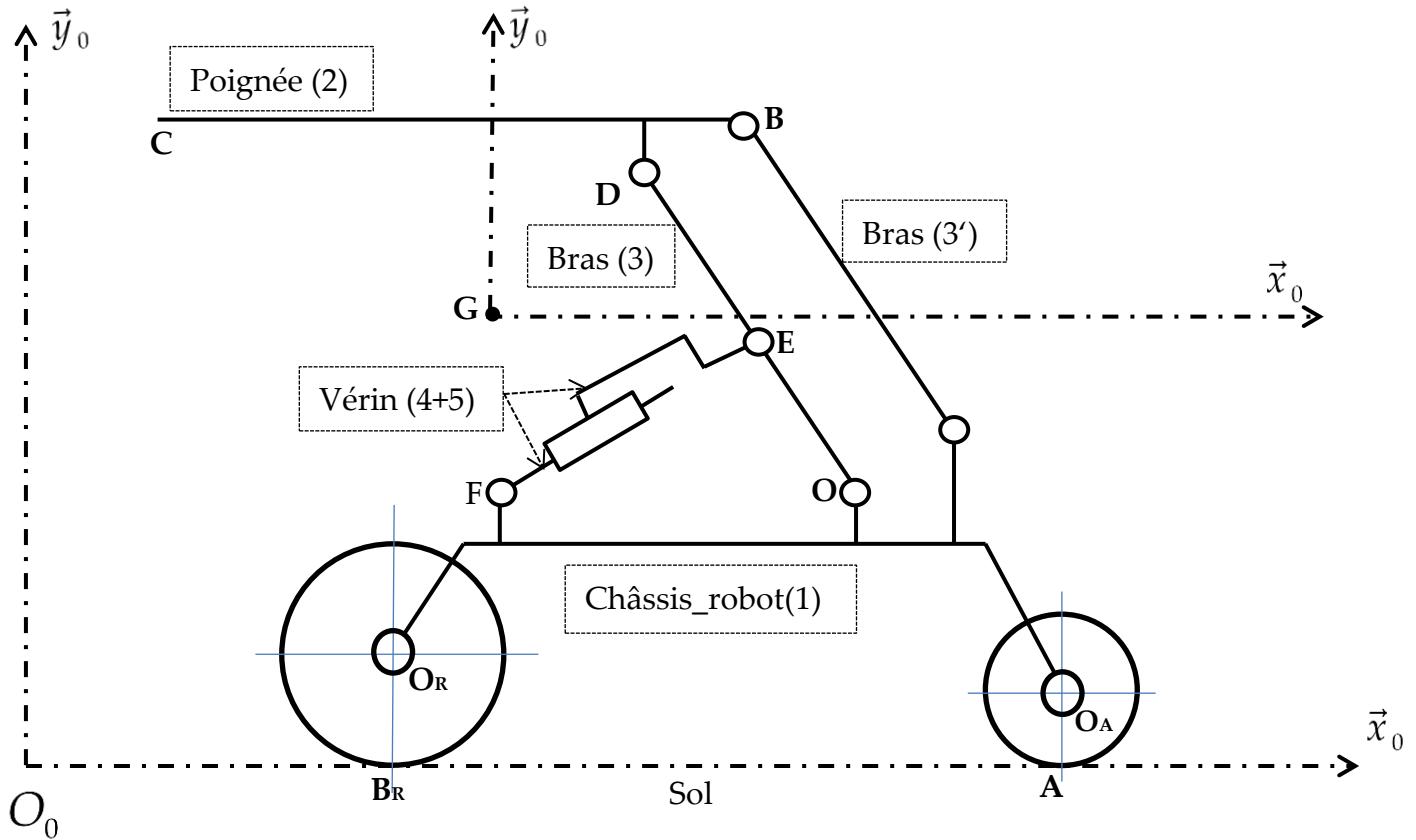
Nota :

- Il est vivement conseillé de commencer votre composition par l'exercice préliminaire et de bien mentionner la fin de l'exercice préliminaire avant d'entamer l'étude sur le Déambulateur robotisé.
- Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.
- Le candidat attachera toute l'importance à la clarté, la précision et la concision de sa rédaction.

Page de garde non numérotée

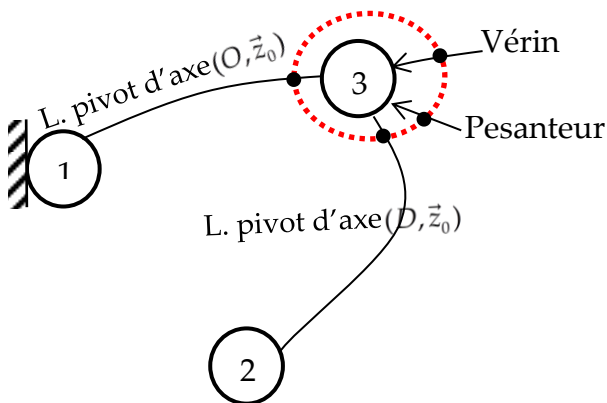
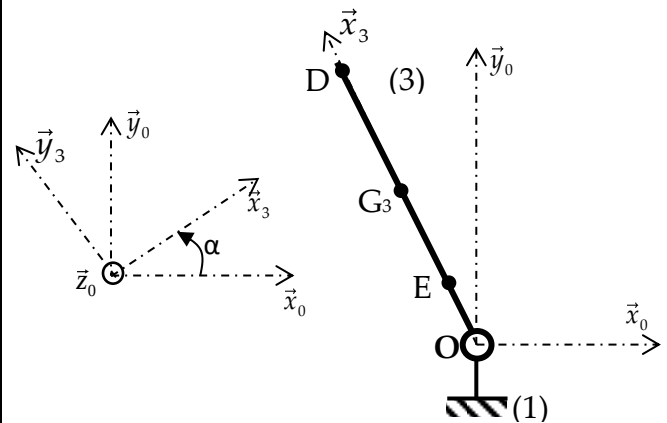
Exercice préliminaire : Noté 4 points sur 20.

1. Un robot RW, **Figure 1**, se déplace en mouvement de **translation rectiligne uniforme** sur un sol horizontal. Un repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen, est associé au sol.

**Figure 1 :**Données et hypothèses :

- $R_1(G, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère attaché au robot.
- Le bras inférieur (3) est animé d'un mouvement de rotation par rapport au châssis (1), on donne sur la **Figure 2**, le graphe des actions mécaniques partiel et le paramétrage.
- Le repère $R_3(O, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ est lié au solide (3) tel que :
 $(\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3) = \alpha(t)$, $\overrightarrow{OD} = c\vec{x}_3$ et $\overrightarrow{OE} = a\vec{x}_3$, ($c = 0.55m$ et $a = 0.115m$).
- Le bras (3) est assimilé à une tige de masse m_3 , de longueur c , de centre d'inertie G_3 avec
 $\overrightarrow{OG_3} = \frac{c}{2}\vec{x}_3$ et de moment d'inertie $I_{(G_3, \vec{z}_0)} = \frac{m_3 c^2}{12}$ suivant l'axe $(G_3, \vec{z}_0)$.
- L'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g\vec{y}_0$.
- L'action du vérin sur le bras (3) est un glisseur au point E, tel que $\vec{R}_E(\text{Vérin} \rightarrow 3) = F_v \vec{y}_3$.

- L'action de la poignée (2) sur le bras (3) sera négligée.
- La liaison pivot entre (1) et (3) est parfaite.
- Le problème est supposé plan.

Figure 2 :Graphe partiel d'actions mécaniques :Schéma cinématique :**Questions :**

- Q1.** Pourquoi on qualifie le repère R_1 de galiléen.
- Q2.** Déterminer la vitesse de rotation de bras (3) dans son mouvement par rapport à (1) : $\vec{\Omega}(3/1)$.
- Q3.** Quelle est la vitesse du point O appartenant au bras(3) dans son mouvement par rapport à (1) : $\vec{V}(O \in 3/1)$.
- Q4.** Déterminer la vitesse du point E appartenant au bras(3) dans son mouvement par rapport à (1) : $\vec{V}(E \in 3/1)$, par la relation de champ de moments et puis par dérivation vectorielle.
- Q5.** Dédire le torseur cinématique $V(3/1)_E$, quelle est la nature de ce torseur.
- Q6.** Calculer la norme de $\|\vec{\Omega}(3/1)\|$, si $\|\vec{V}(E \in 3/1)\| = 18 \text{ mms}^{-1}$ ($\cong$ la vitesse de sortie de la tige du vérin).
- Q7.** Déterminer la vitesse du point G_3 appartenant au bras(3) dans son mouvement par rapport à (1) : $\vec{V}(G_3 \in 3/1)$.
- Q8.** En utilisant le théorème d'Huygens, déterminer le moment d'inertie du bras (3) par rapport à l'axe $(O, \vec{z}_0)$: $I_{(O, \vec{z}_0)}$.
- Q9.** Déterminer l'énergie cinétique du bras (3) dans son mouvement par rapport à (1) : $T(3/1)$.

Q10. Déterminer les puissances extérieures suivantes :

- ✓ $P(1 \rightarrow 3/1)$.
- ✓ $P(\text{Pesanteur} \rightarrow 3/1)$.
- ✓ $P(\text{Vérin} \rightarrow 3/1)$.
- ✓ $P(2 \rightarrow 3/1)$.

Q11. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique au bras (3) dans son mouvement par rapport à (1) et trouver l'expression de F_v .

2. La roue avant orientable (5) du robot RW, **Figure 3**, est liée à la chape (4) par une liaison pivot d'axe $(O_A, \vec{z}_1)$ et au sol par une liaison ponctuelle de normale $(A, \vec{y}_1)$, le châssis (1) est lié à la chape (4) par une liaison pivot d'axe $(H, \vec{y}_1)$.

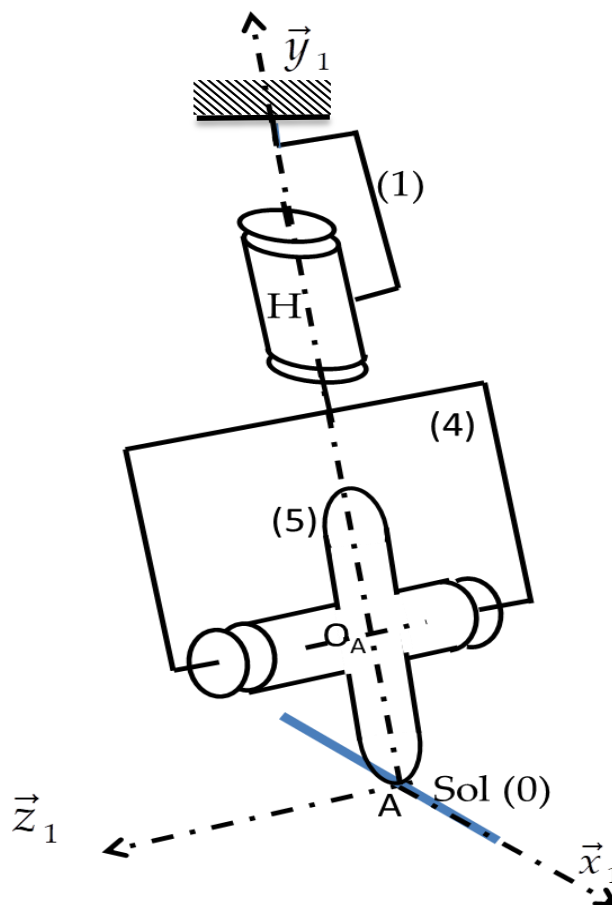


Figure 3 :

On donne : $\overrightarrow{AO_A} = r\vec{y}_1$, $\overrightarrow{AH} = L\vec{y}_1$.

Q12. Tracer le graphe de liaisons.

Q13. Déterminer la liaison équivalente entre la roue avant (5) et le châssis du robot (1).

Q14. Justifier l'intérêt d'un tel montage entre la roue (5) et le châssis (1).

FIN DE L'EXERCICE PRELIMINAIRE

Déambulateur robotisé RW

L'amélioration de la mobilité des personnes âgées ou rencontrant des troubles de la marche demeure un des enjeux majeurs de l'assistance à cette tranche de population.

Un dispositif d'assistance à la marche peut être prescrit lors de l'apparition de troubles de la locomotion.

Parmi les nombreux dispositifs proposés, la canne et le déambulateur demeurent les plus utilisés ; l'utilisation de la canne étant privilégiée lors de troubles mineurs ou n'affectant qu'une des deux jambes.

Les déambulateurs sont proposés lorsque l'assistance d'une canne demeure insuffisante, il est composé généralement d'une structure métallique offrant 4 appuis au sol supplémentaires.

Selon le modèle, le déambulateur peut offrir 2 ou 4 poignées (**Figure 4 (a) et (b)**). D'autres modèles appelés "Rollator" incorporent des roues à l'avant afin de faciliter le déplacement de celui-ci en épargnant à l'utilisateur de le porter complètement (**Figure 4 (c) et (d)**).



Figure 4– (a) Déambulateur classique - (b) Déambulateur 4 poignées - (c) Rollator 2 roues – (d) Rollator 4 roues

Les déambulateurs robotisés (ou actifs) développés (**Figure 5**), s'inspirent des rollators à 4 roues afin d'offrir un contrôle amélioré et une plus grande mobilité. Cette mobilité est parfois augmentée par l'utilisation de roues omnidirectionnelles.

Les déambulateurs actifs sont souvent équipés de plusieurs capteurs afin d'assurer différents services. Ainsi la détection de l'intention de l'utilisateur est assurée par l'utilisation de capteurs d'effort incorporés à leurs poignées.

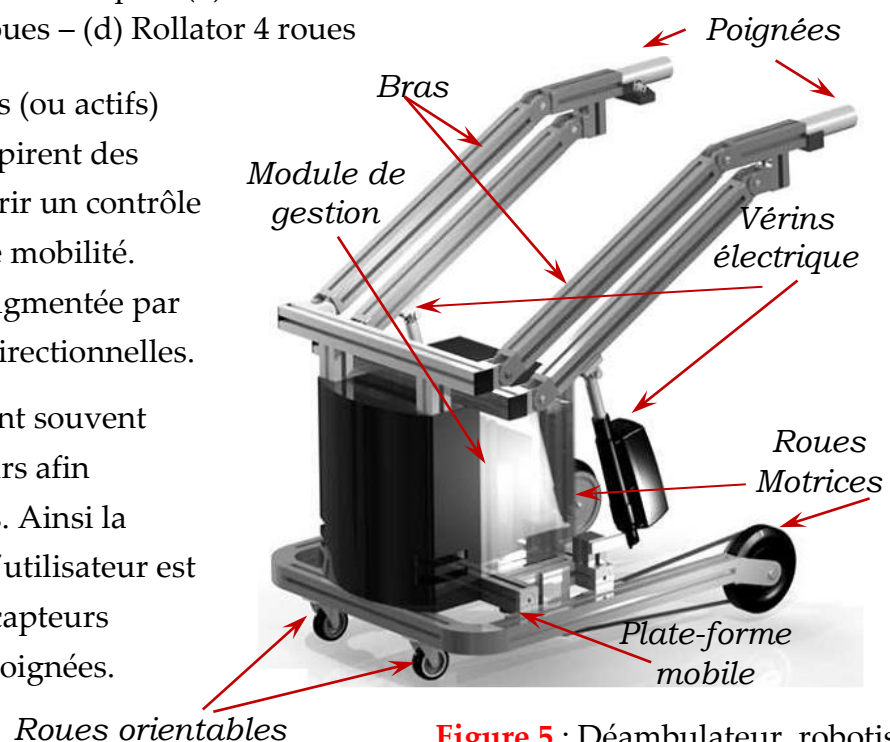


Figure 5 : Déambulateur robotisé

On donne ci-dessous le diagramme de définition du block du déambulateur.

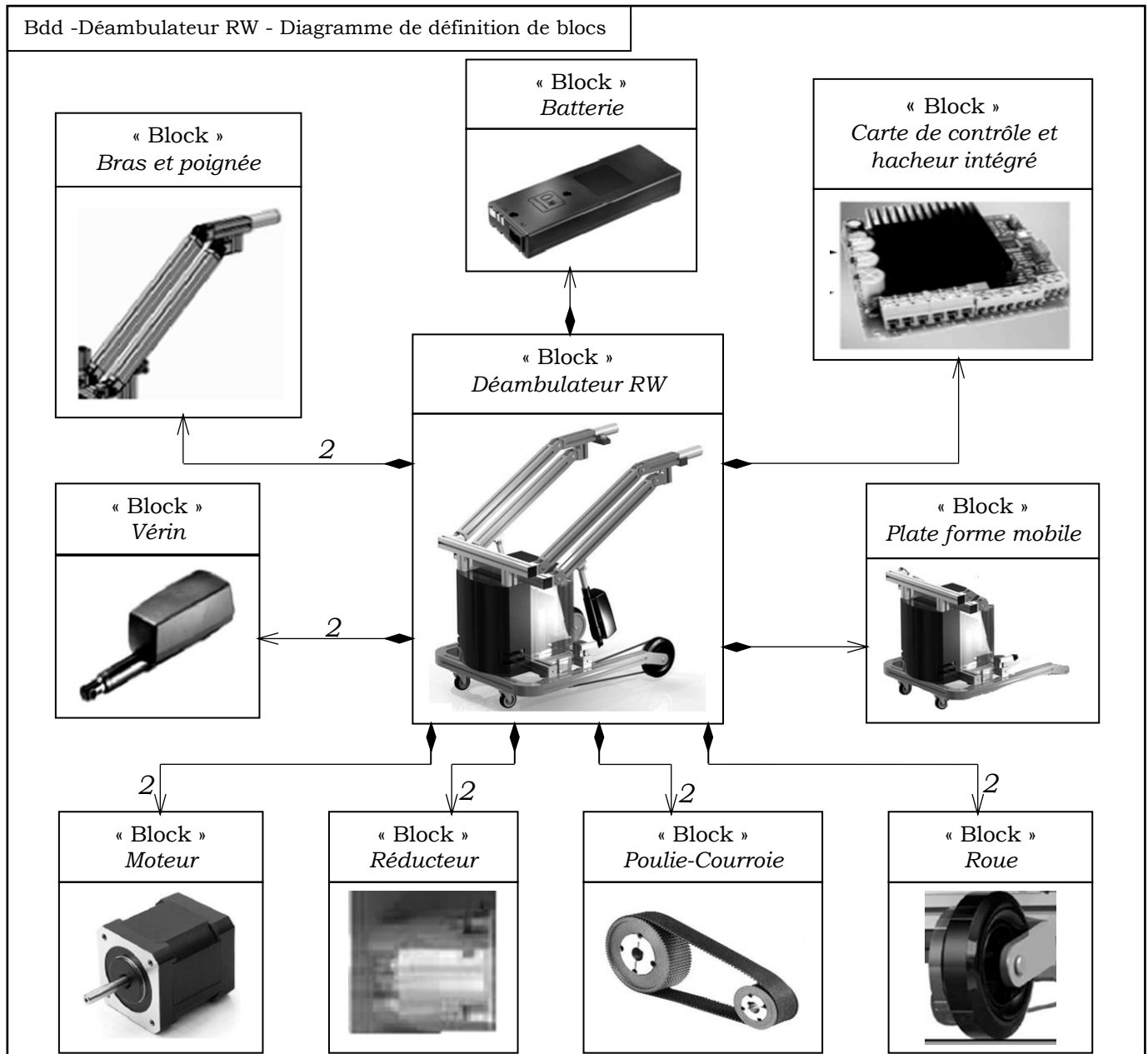


Figure 6 : Diagramme de définition de blocs partiel

Afin de prendre en compte la volonté de l'utilisateur, le recours à des algorithmes de détection d'intention peuvent être mis en place, filtrant les informations parfois contradictoires (dues à la pathologie) fournies par le patient.

Différents niveaux d'assistance peuvent être proposés à l'utilisateur, voir **Figures 7 et 8** :

- Assistance à la verticalisation,
- Assistance à la marche.

La fonction d'assistance à la verticalisation est assurée par deux bras (gauche et droit). Ils sont articulés par rapport au châssis et motorisés par deux vérins électriques. Deux poignées (gauche et droite) articulées par rapport à chacun des deux bras assurent la prise en main du système.

Figure 7 : assistance à la verticalisation



La fonction d'assistance à la marche est assurée par une plate-forme mobile équipée de deux roues motrices, qui assurent la propulsion du robot, et par deux roues orientables, qui garantissent la stabilité de l'ensemble.

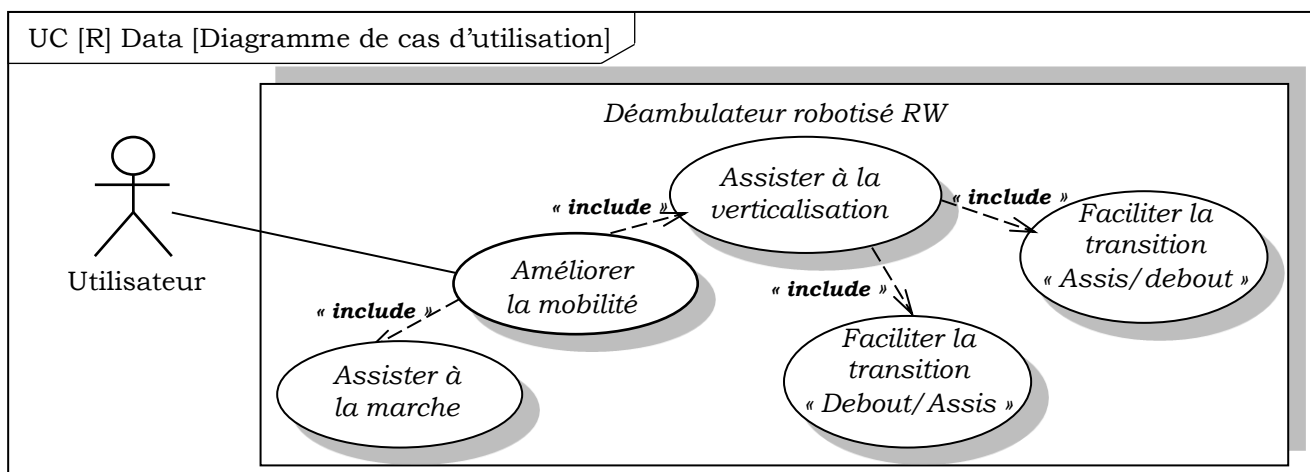


Figure 8: Diagramme de cas d'utilisation

Partie I. MODE ASSISTANCE A LA VERTICALISATION :

Etude de la chaîne de transmission de puissance :

1.1 Etude de l'équilibre de la poignée (2) :

Objectif : déterminer graphiquement les actions mécaniques exercées sur la poignée (2) :

- On associe au solide (2), supposé indéformable, un repère $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$.
- Les actions mécaniques des mains du patient sur les deux poignées de gauche et de droite sont supposées identiques.
- La poignée (2) est supposée de poids négligeable.
- Le problème est supposé plan : le plan $(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2)$ est un plan de symétrie géométrique et d'efforts.
- L'action mécanique de la main du patient sur la poignée (2) est modélisée par une densité surfacique de force en tout point M de leur surface de contact:
 $\vec{f}_M(\text{main} \rightarrow 2) = -p(M)\vec{n}$ et $\overrightarrow{CM} = x\vec{x} + R\vec{n}$, voir **Figure 11**.
- On admet que cette action est répartie uniquement sur la partie supérieure de la poignée (2) et qu'elle est uniforme : $p(M) = p = \text{cte}$.

Figure 9 : Resultante de l'action de la main sur la poignée(2).

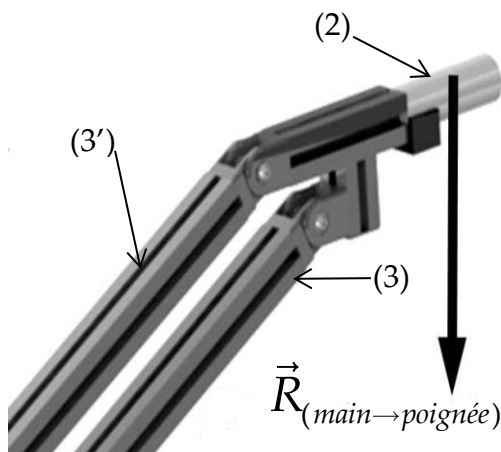
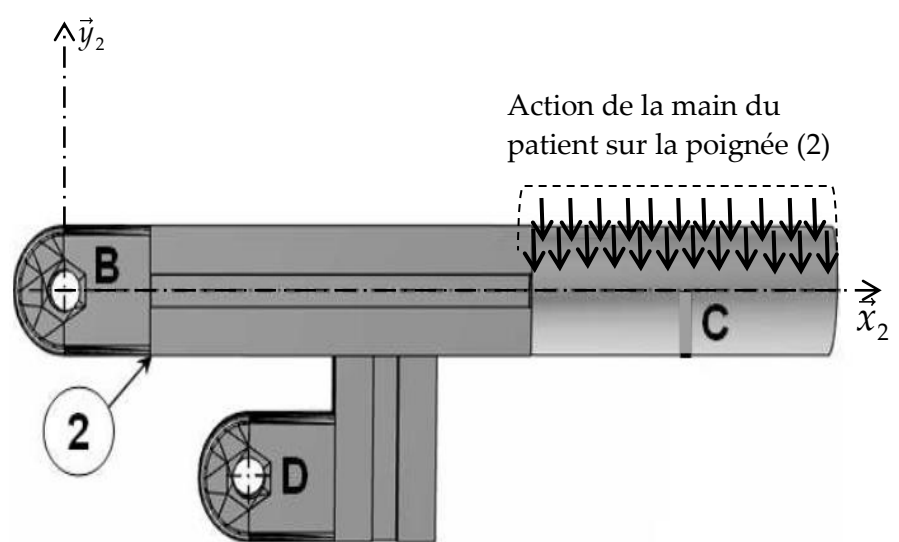
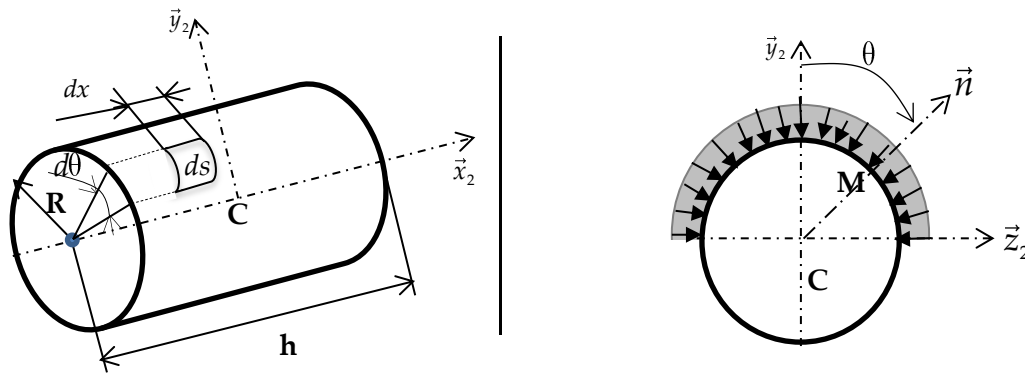


Figure 10 : Repartition de l'action de la main sur la poignée (2).



On adopte la modélisation de la figure : **Figure 11**, voir ci-après.

Figure 11 : Modèle retenu et paramétrage

- Q15.** Déterminer l'action globale de la main du patient sur la poignée (2) : $\vec{R}(main \rightarrow 2)$.
- Q16.** Déterminer le moment global, au point C, de l'action de la main du patient sur la poignée (2).
- Q17.** En déduire la nature du torseur $T(main \rightarrow 2)_C$.
- Q18.** Calculer l'intensité de l'action de la main du patient sur la poignée (2) : $\|\vec{R}(main \rightarrow 2)\|$ si $p = 0.0625$ MPa, $R = 20$ mm et $h = 100$ mm.

Sur le document réponse **DR1** est représentée la poignée (2) en position du début de la verticalisation et les roues sont freinées.

- Le mouvement est faible à tel point qu'on considère la poignée (2) est au repos.
- L'action du patient sur la poignée (2) est modélisée par un glisseur au point C, $\vec{R}_C(main \rightarrow 2) = -250\vec{y}_2$ (en Newtons).
- On donne sur le document réponse la direction de $\vec{R}_D(3 \rightarrow 2)$, action du bras inférieur (3) sur (2).
- L'action du bras supérieur (3') sur la poignée (2) est un glisseur $\vec{R}_B(3' \rightarrow 2)$.

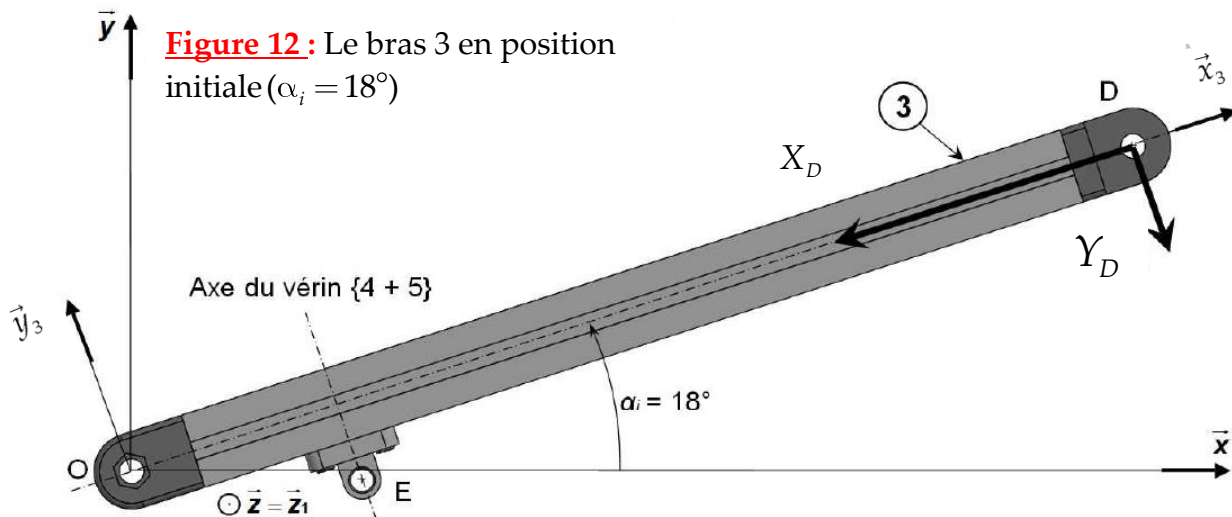
- Q19.** Par une étude de statique graphique, déterminer les actions mécaniques : $\vec{R}_D(3 \rightarrow 2)$ et $\vec{R}_B(3' \rightarrow 2)$.

(Répondre sur le document réponse **DR1**)

1.2 Etude de la résistance du bras (3) :

Objectif : Vérifier la résistance du bras (3), séparément, à la flexion puis à la compression :

La **Figure 12** représente le bras inférieur gauche (3).



Données :

- Le plan $(O, \vec{x}_3, \vec{y}_3)$ est un plan de symétrie géométrique et d'efforts pour le bras (3).
- L'action de l'utilisateur sur la poignée (2) est transmise au bras (3) au point D, qu'on modélise par un glisseur $\vec{R}_D(2 \rightarrow 3) = X_D \vec{x}_3 + Y_D \vec{y}_3$ tel que : $X_D = -660$ et $Y_D = -240$ en Newtons, $\overline{OD} = c\vec{x}_3$ avec $c = 0.55\text{m}$.
- L'action du vérin $V = 4 + 5$ est un glisseur en E tel que : $\vec{R}_E(V \rightarrow 3) = F_v \vec{y}_3$, on donne : $\overline{OE} = a\vec{x}_3 - b\vec{y}_3$, $a = 0.115\text{m}$ et $b = 0.042\text{m}$ **qu'on néglige** devant les autres dimensions.
- La liaison en O entre le châssis (1) et le bras (3) est un pivot parfait d'axe $(O, \vec{z}_3)$.
- Le bras (3) est de poids négligeable.
- Le problème est plan et on représente le bras (3) par sa ligne moyenne comme sur la figure suivante : **Figure13**.

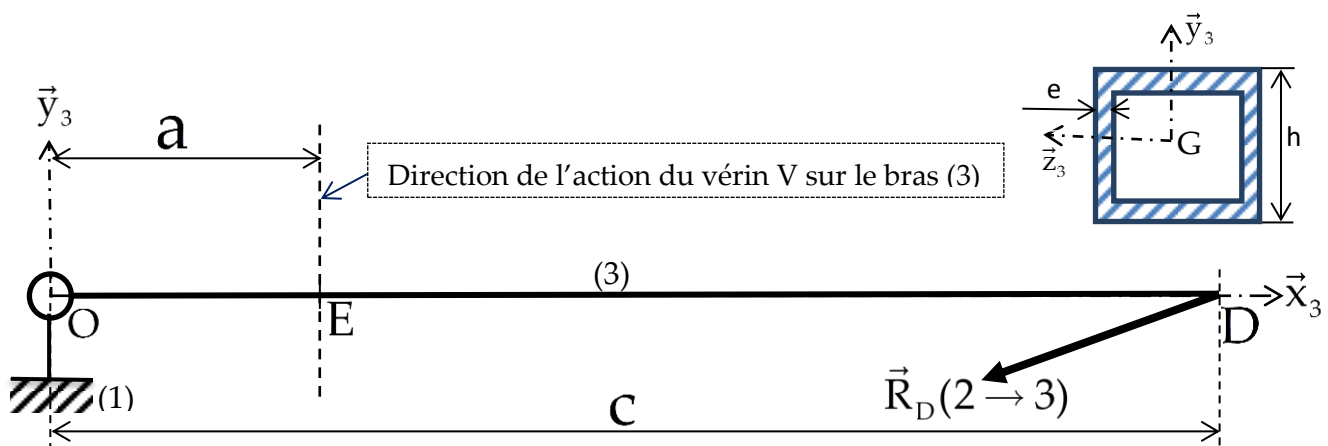


Figure13 : Le modèle poutre retenu pour le bras (3)

- Q20.** Par une étude de statique analytique, déterminer les actions mécaniques en O et E.
- Q21.** Déterminer le torseur de cohésion des inters efforts le long de la poutre.

Q22. Tracer les diagrammes des composantes non nulles du torseur de cohésion.

Q23. En déduire : $|N|_{\max}$, $|T_Y|_{\max}$ et $|M_{fz}|_{\max}$.

Le bras (3) est en acier de module de Young $E = 200000$ MPa et de résistance à la limite élastique $R_e = 320$ MPa. On admet un coefficient de sécurité $s = 3$ et un coefficient de concentration de contrainte $K_t = 1.5$.

La poutre est de section carré creuse de hauteur $h = 35$ mm et d'épaisseur $e = 1.5$ mm (voir **Figure 13**).

Q24. Vérifier la résistance du bras (3) à la flexion.

Q25. Vérifier la résistance du bras (3) à la compression.

En réalité et d'après le torseur de cohésion la poutre est sollicitée à la compression et à la flexion simultanément, dans ce cas la contrainte maximale vaut :

$$\sigma_{\max} = |\sigma_c|_{\max} + |\sigma_f|_{\max} \text{ avec :}$$

✓ σ_c : contrainte normale due à la compression.

✓ σ_f : contrainte normale due à la flexion.

Q26. Vérifier dans ce cas la résistance du bras (3), conclure.

1.3 Etude du vérin électrique :

Objectif : Dimensionner le moteur électrique

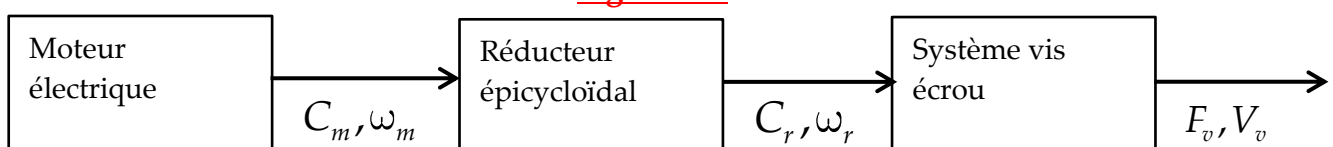
On donne, sur le document **Annexe A1**, le dessin en coupe longitudinale du vérin électrique et celui du réducteur seul.

La transmission de puissance dans le vérin électrique se fait selon le schéma blocs suivant

Figure 14 :

Un moteur électrique tournant à la vitesse angulaire ω_m , développe un couple moteur C_m . Un réducteur épicycloïdal de rapport de réduction $r_{te} = 0.25$ et de rendement $\eta_{te} = 0.9$, transmet cette énergie mécanique de rotation à un système vis écrou à hélice droite, de pas $p = 4$ mm et de rendement $\eta_{ve} = 0.8$ qui la transforme à son tour en une énergie mécanique de translation.

Figure 14 :



On modélise le vérin électrique selon le schéma cinématique suivant :

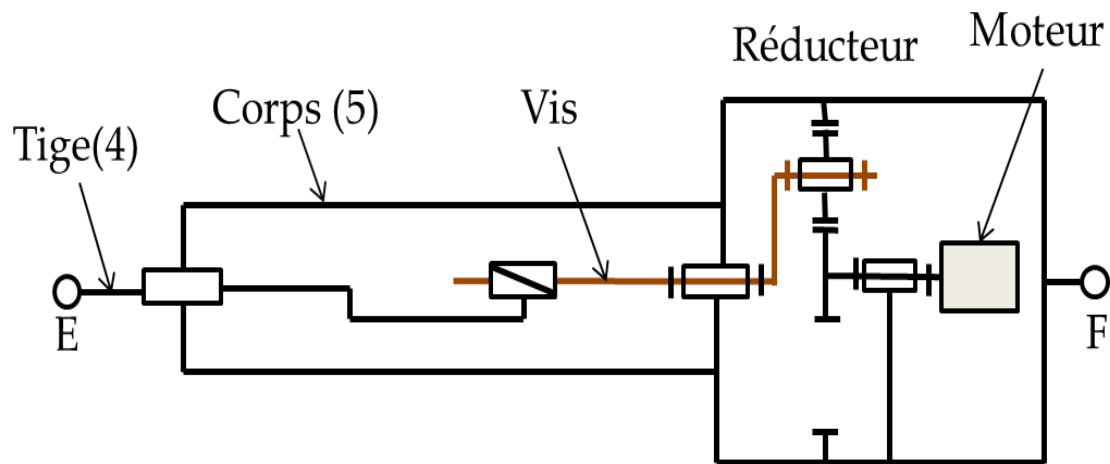
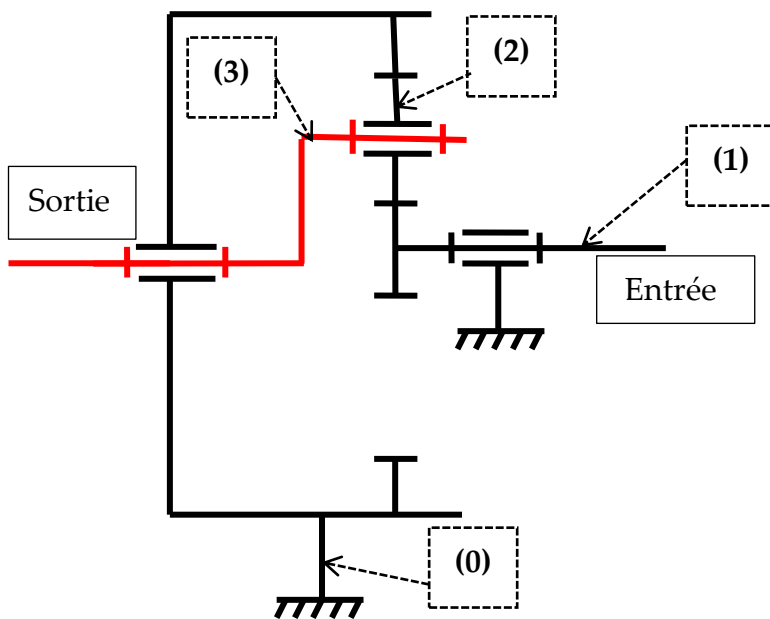


Figure15 : Vérin électrique

1.3.1 Etude du réducteur épicycloïdal :

Figure 16 : Désignation du réducteur épicycloïdal



Vocabulaire :

(1) : planétaire de diamètre D_1 et de nombre de dents Z_1 .

$Z_1=15$ dents.

(2) : satellite de diamètre D_2 et de nombre de dents Z_2 .

$Z_2=$ à déterminer.

(0) : couronne de diamètre D_0 et de nombre de dents Z_0 . (corps du vérin)

$Z_0=$ à déterminer.

(3): porte satellite.

Q27. Déterminer le rapport de réduction du train épicycloïdal : $r_{te} = \frac{\omega_{sortie}}{\omega_{entrée}}$, **Figure 16**, en fonction du nombre de dents.

Q28. Déterminer le nombre de dents des roues dentées du train épicycloïdal.

Sachant que ce vérin électrique peut développer à sa sortie une force allant jusqu'à $F_v = 1400 \text{ N}$ et que la vitesse de sa tige peut atteindre $V_v = 18 \text{ mms}^{-1}$.

- Q29.** Dans ce cas et en régime permanent, calculer le couple moteur C_m et la vitesse de rotation de son rotor ω_m .
- Q30.** Compléter, sur le document réponse **DR2**, le diagramme de définition de blocs internes IBD du vérin électrique.

1.3.2 Etude du porte satellite :

On donne sur le document annexe **A1** le dessin de définition du porte satellites.

- Q31.** Compléter, sur les documents réponse **DR3 et DR4**, la grille d'analyse de spécification géométrique par zone de tolérance.

Partie II. MODE ASSISTANCE A LA MARCHÉ :

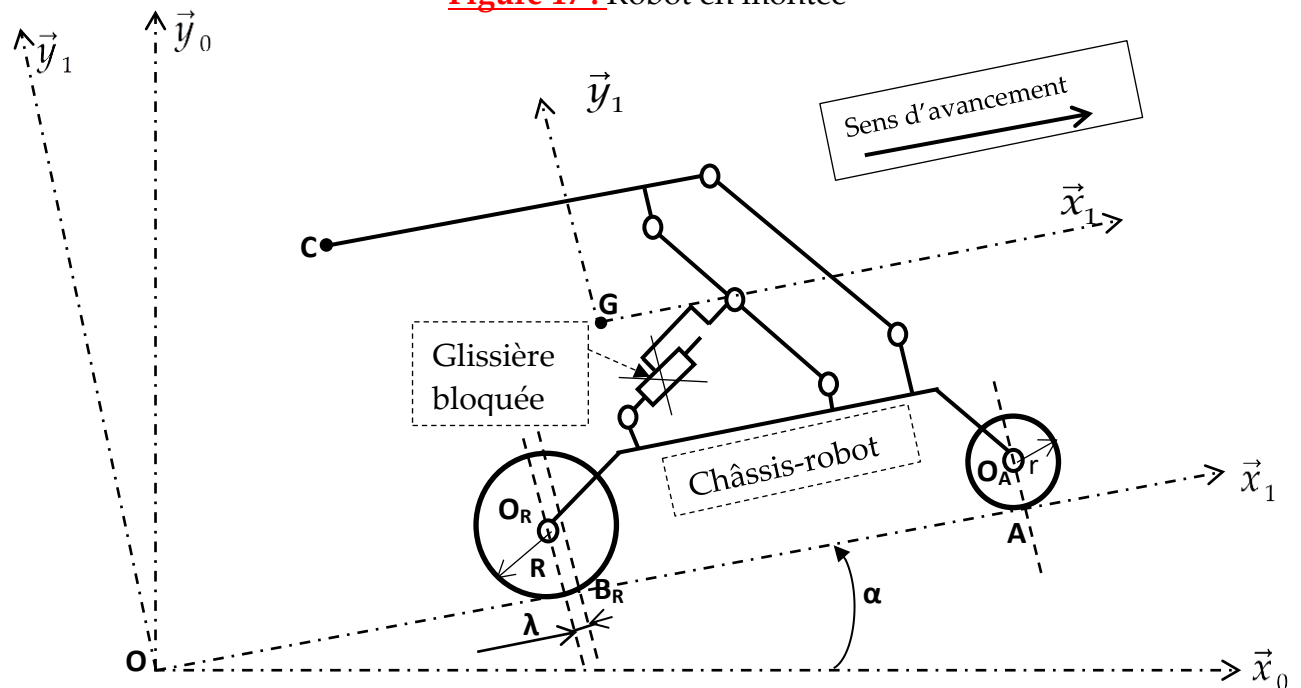
Objectif :

Déterminer le couple moteur lorsque le robot Robuwalker gravit une pente de 15° .

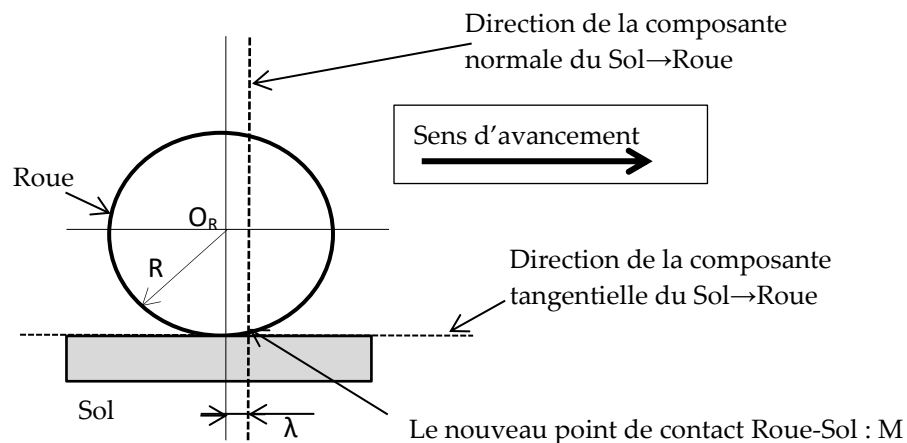
Hypothèses et données : voir **Figure 17**

- ✓ Soit $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère associé au sol supposé galiléen.
- ✓ Soit $R_1(G, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ un repère lié au robot tel que $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \alpha = 15^\circ$, le robot se déplace en translation rectiligne en phase de montée, le paramètre de translation est $x(t)$.
- ✓ Dans un souci de simplification, on suppose que les actions mécaniques du patient sur les deux poignées de gauche et de droite sont symétriques et que le plan $(G, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ est un plan de symétrie de forces et de géométrie du robot.
- ✓ L'action du patient sur le robot est représentée par un glisseur au point C ;
 $\vec{R}_C(\text{patient} \rightarrow \text{robot}) = -F\vec{y}_1$ et $\vec{GC} = -c\vec{x}_1 + h\vec{y}_1$.
- ✓ Le poids du robot est $\vec{P} = -mg\vec{y}_0$, son centre d'inertie est G tel que $\vec{OG} = x(t)\vec{x}_1 + b\vec{y}_1$.
- ✓ $\vec{g} = -g\vec{y}_0$ est l'accélération de la pesanteur.
- ✓ L'action mécanique des deux motoréducteurs sera modélisée par un couple moteur $-C_m.\vec{z}_0$ ramené à l'axe d'une seule roue arrière motrice $\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -C_m.\vec{z}_0 \end{array} \right\}_{O_R}$.
- ✓ Le contact entre le sol et la roue avant est ponctuel parfait, ramené à un glisseur au point A tel que : $\vec{R}_A(\text{Sol} \rightarrow R_{\text{avant}}) = Y_A\vec{y}_1$, (Y_A est en valeur algébrique), $\vec{GA} = \ell\vec{x}_1 - b\vec{y}_1$.

- ✓ Le contact entre le sol et la roue arrière motrice est avec frottement de coefficient f tel que : $\vec{R}_{B_R}(Sol \rightarrow R_{arrière}) = X_B \vec{x}_1 + Y_B \vec{y}_1$, (X_B et Y_B sont en valeur algébrique) et $\vec{GB_R} = -d\vec{x}_1 - b\vec{y}_1$.
- ✓ Toutes les liaisons sont supposées parfaites sauf le contact sol roue motrice au point B_R .
- ✓ Les roues arrière et avant sont liées au châssis du robot par des liaisons pivots parfaites d'axe respectivement $(O_R, \vec{z}_0)$ et $(O_A, \vec{z}_0)$, elles sont de rayon R et r .
- ✓ Les roues sont de masse et inerties négligeables.

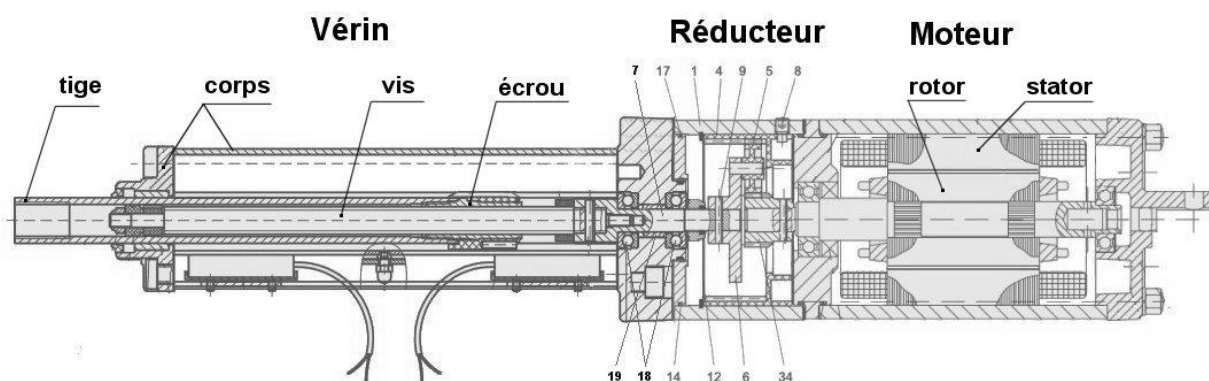
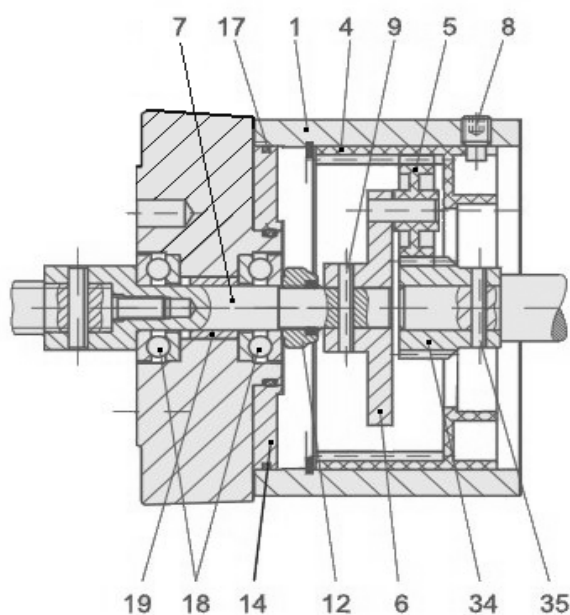
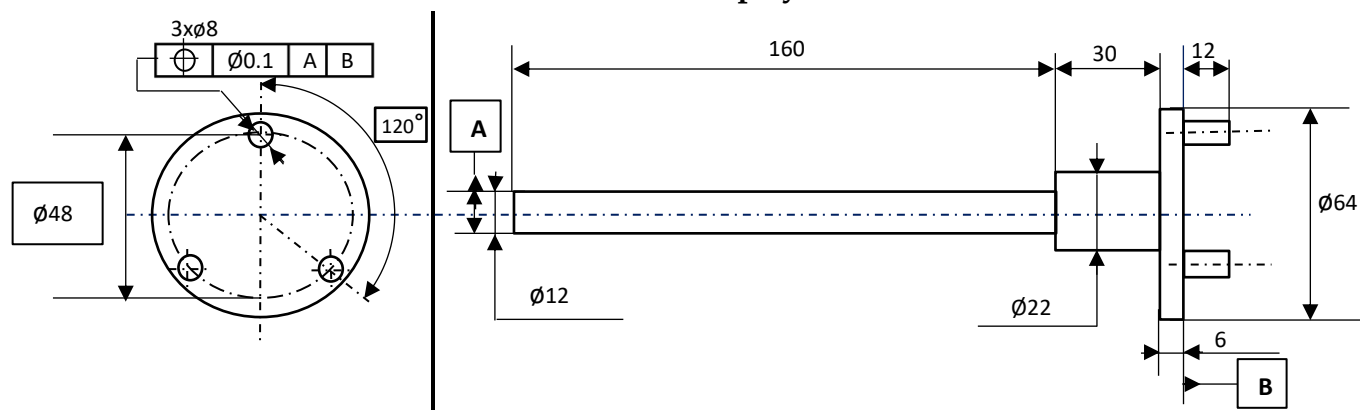
Figure 17 : Robot en montée

- ✓ La déformation des roues motrices induit une résistance au roulement, qui se traduit par un déplacement du point de contact (sol-roue) d'une quantité λ dans le sens de l'avancement du robot par rapport à l'axe de la roue : **Figure 18**.
 λ : est le coefficient de résistance au roulement qui s'exprime en m.

**Figure 18 :** Modèle résistance au roulement

- Q32.** Appliquer le théorème de la résultante de la dynamique sur le robot, dans son mouvement par rapport au repère R_0 , en projection dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ et trouver deux équations scalaires.
- Q33.** Appliquer le théorème du moment dynamique sur le robot, dans son mouvement par rapport au repère à R_0 , au point G par projection sur $\vec{z}_0$ et trouver une équation scalaire.
- Q34.** Sur le document réponse **DR5**, compléter la figure, en indiquant qualitativement le couple moteur $\vec{C}_m$, la composante tangentielle $X_B \vec{x}_1$ et la composante normale $Y_B \vec{y}_1$.
- Q35.** On suppose que le roulement au point B_R , entre la roue arrière et le sol, se fait à la limite de glissement, quelle est la relation entre X_B et Y_B .
- Q36.** Sachant que la roue motrice est de masse et inertie négligeables et de rayon R , appliquer le théorème du moment dynamique sur la roue motrice au point O_R , par projection sur $\vec{z}_0$ et trouver l'expression du couple moteur C_m en fonction de X_B , R , λ et f .
- Q37.** En déduire l'expression du couple moteur C_m en fonction des données.

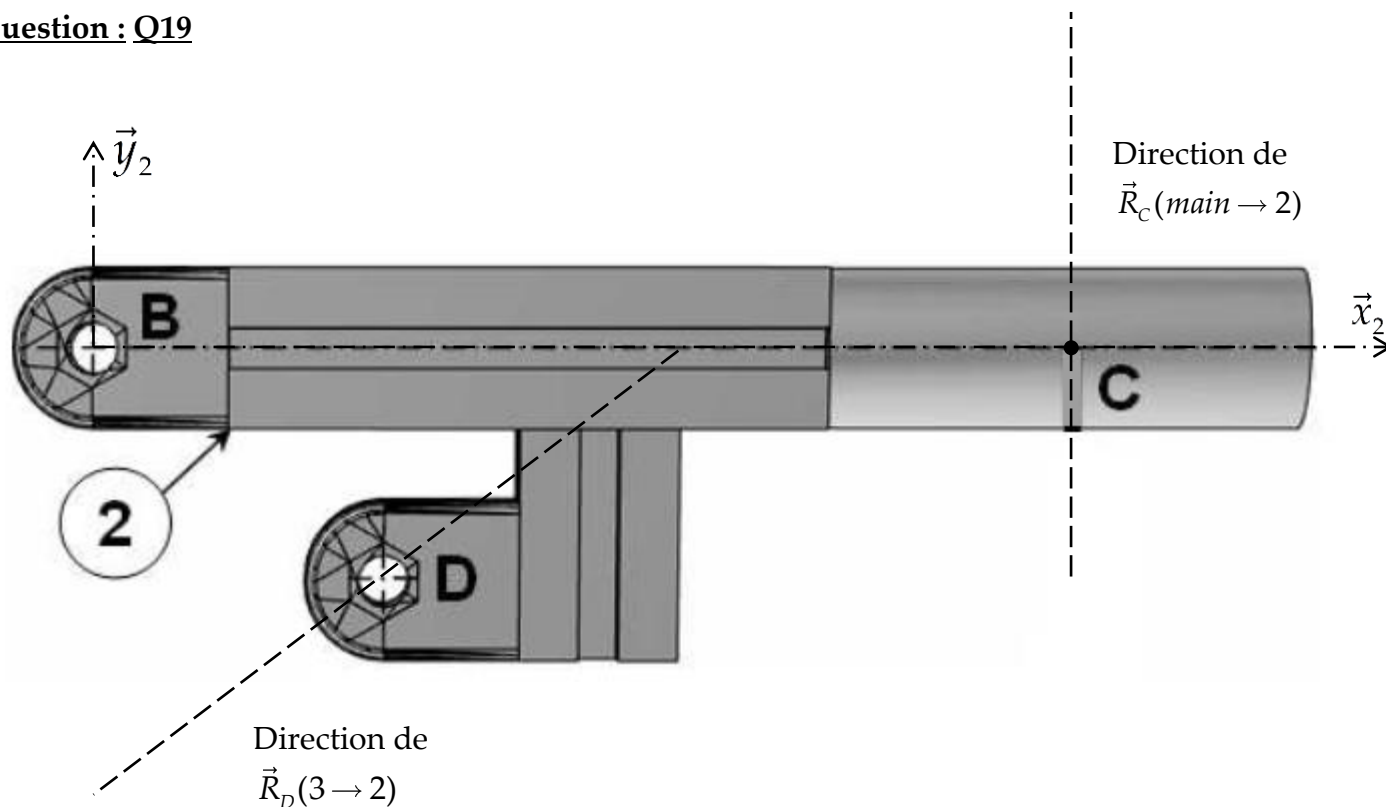
FIN DE L'ENONCE

Document annexe A1 :**Vérin électrique en coupe longitudinale****Réducteur épicycloïdal.****Dessin de définition partiel du porte satellite.**

Ne rien écrire dans ce cadre

Document réponse : DR1

Question : Q19



Triangle des forces :

Echelle : $\|\vec{R}_C(\text{main} \rightarrow 2)\| \rightarrow 4\text{cm}$

Direction de
 $\vec{R}_C(\text{main} \rightarrow 2)$

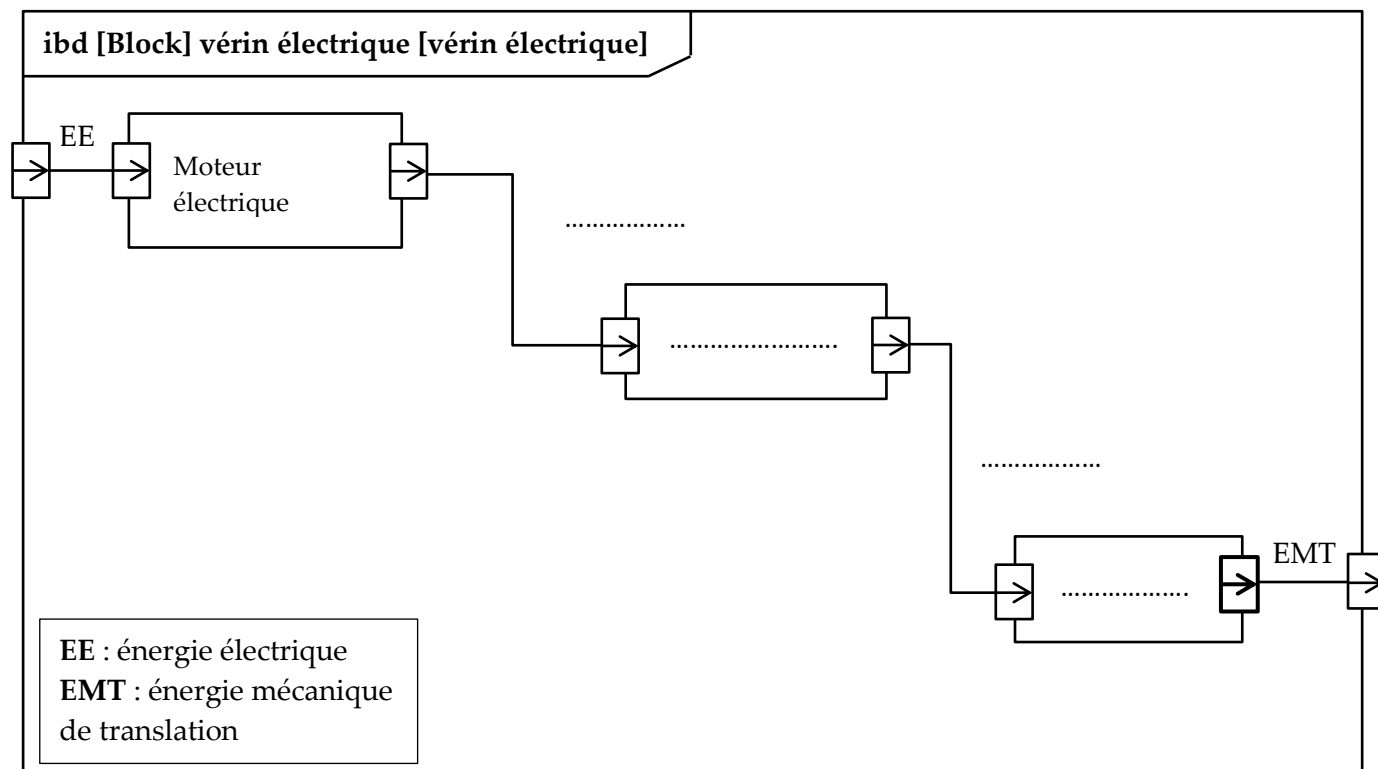
$$\|\vec{R}_D(3 \rightarrow 2)\| = \dots\dots\dots N$$

$$\|\vec{R}_B(3' \rightarrow 2)\| = \dots\dots\dots N$$

Ne rien écrire dans ce cadre

Document réponse : DR2

Question : Q30



Ne rien écrire dans ce cadre

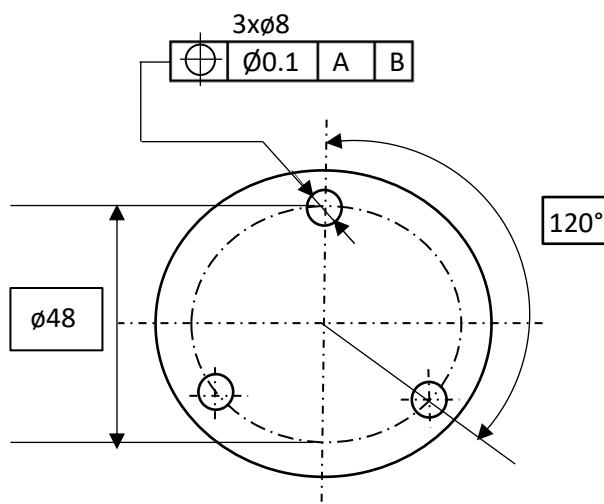
Document réponse : DR3

Question : Q31

TOLERANCEMENT NORMALISE						
Symbole de spécification						
☐ Forme			☐ Orientation			
☐ Position			☐ Battement			
//						
						

Condition de conformité :

L'élément tolérancé doit être entièrement compris dans la zone de tolérance.



Ne rien écrire dans ce cadre

Document réponse DR4 :

Question : Q31

ANALYSE D'UNE SPECIFICATION PAR ZONE DE TOLERANCE				
ELEMENTS NON IDEAUX (points, lignes ou surfaces réelles)		ELEMENTS IDEAUX (points, droites ou plans associés)		
Elément(s) Tolérancé(s)	Elément(s) de référence	Référence(s) Spécifiée(s)	Zone de tolérance	
Unique-Groupe	Unique-Multiples	-Simple -Commune -Système	-Simple -Composée	Contrainte : Orientation – Position Par rapport à la référence spécifiée

Ne rien écrire dans ce cadre

Document réponse DR5 :

Question : Q34

