

CHAINE D'ENERGIE D'UN SCOOTER
A. Schéma technologique de la chaîne :

1°- Voir document à rendre 1/2 et le document à rendre 2/2

2°- La roue arrière ne glisse pas sur le sol $\Rightarrow$ vitesse du scooter $V = R_{roue} \omega_{roue}$

Avec
$$\frac{\omega_{roue}}{\omega_{vil}} = \frac{R1}{R2} \cdot \frac{Z10 \cdot Z12}{Z11 \cdot Z13}$$

Et
$$\omega_{vil} = \frac{\pi N_{vil}}{30}$$

$$V = (R_{roue} 10^{-6}) \frac{R1}{R2} \cdot \frac{Z10 \cdot Z12}{Z11 \cdot Z13} \cdot \left(\frac{\pi N_{vil}}{30} \cdot 3600 \right) \text{ en } \left(\frac{km}{h} \right)$$

$$R_{roue}, R1 \text{ et } R2 \text{ en (mm); } N_{vil} \text{ en } \left(\frac{tr}{min} \right)$$

3°- Application numérique :

* $N_{vil} = 5600 \text{ tr/min}$, $R1_{mini} = 37,5$, $R2_{maxi} = 107,1$: $V = 12,7 \text{ (km/h)}$

* $N_{vil} = 6000 \text{ tr/min}$, $R1_{maxi} = 77$, $R2_{mini} = 74,7$: $V = 40,1 \text{ (km/h)}$

* $N_{vil} = 6700 \text{ tr/min}$, $R1_{maxi} = 77$, $R2_{mini} = 74,7$: $V = 44,7 \text{ (km/h)}$

B. Equilibrage du système (piston, bielle, vilebrequin) :

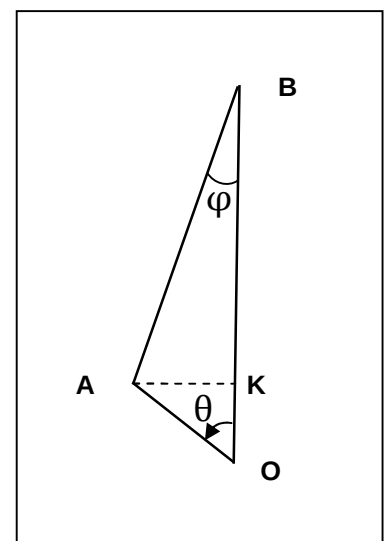
4°-

$$\begin{cases} AK = AB \sin \varphi = OA \sin \theta \\ OB = OA \cos \theta + AB \cos \varphi \end{cases}$$

avec $OA = e$, $AB = L$, $OB = x(t)$

D'où :

$$\begin{cases} \sin \varphi = \frac{e \sin \theta}{L} \\ x(t) = e \cos \theta + L \sqrt{1 - \left(\frac{e \sin \theta}{L} \right)^2} \end{cases}$$



5°-

$$x(t) = e \cos \theta + L \left(1 - \left(\frac{e \sin \theta}{L} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \cong e \cos \theta + L \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{e \sin \theta}{L} \right)^2 \right)$$

$$x(t) \cong e \cos \theta + L - \frac{e^2}{2L} \sin^2 \theta$$

$$6^\circ - \overrightarrow{V_{(A/0)}} = \left[\frac{d}{dt} \overrightarrow{OA} \right]_{R0} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{OA} = e \overrightarrow{x_1} \quad \text{et} \quad \theta = \omega_{vil} t$$

$$\overrightarrow{V_{(A/0)}} = e \dot{\theta} \overrightarrow{y_1} = e \omega_{vil} \overrightarrow{y_1}$$

$$\overrightarrow{V_{(B/0)}} = \left[\frac{d}{dt} \overrightarrow{OB} \right]_{R0} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{OB} = x(t) \overrightarrow{x_0} = \left(e \cos \theta + L - \frac{e^2}{2L} \sin^2 \theta \right) \overrightarrow{x_0}$$

$$\overrightarrow{V_{(B/0)}} = (-e \omega_{vil} \sin \theta - \frac{e^2}{L} \omega_{vil} \cos \theta \sin \theta) \overrightarrow{x_0}$$

$$\overrightarrow{V_{(B/0)}} = -e \omega_{vil} (\sin \theta + \frac{e}{2L} \sin 2\theta) \overrightarrow{x_0}$$

$$\overrightarrow{V_{(A/0)}} = e \omega_{vil} (-\omega_{vil} \overrightarrow{x_1}) = -e \omega_{vil}^2 \overrightarrow{x_1}$$

$$\overrightarrow{V_{(A/0)}} = -e \omega_{vil}^2 \overrightarrow{x_1}$$

$$\overrightarrow{V_{(B/0)}} = -e \omega_{vil} (\omega_{vil} \cos \theta + \frac{e}{2L} (2 \omega_{vil} \cos 2\theta)) \overrightarrow{x_0}$$

$$\overrightarrow{V_{(B/0)}} = -e \omega_{vil}^2 (\cos \theta + \frac{e}{L} \cos 2\theta) \overrightarrow{x_0}$$

7°- Principe fondamental de la dynamique appliqué à l'ensemble (m_1 , m_A , m_B) :

$$\{0 \rightarrow 1\} + \{0 \rightarrow 3\} = \left\{ \begin{matrix} m_1 \overrightarrow{V_{(O/R0)}} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_O + \left\{ \begin{matrix} m_A \overrightarrow{V_{(A/R0)}} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A + \left\{ \begin{matrix} m_B \overrightarrow{V_{(B/R0)}} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B$$

(Le moment dynamique d'une masse ponctuelle en son centre est nul)

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{matrix} X_{01} \overrightarrow{x_0} + Y_{01} \overrightarrow{y_0} + Z_{01} \overrightarrow{z_0} \\ M x_{01} \overrightarrow{x_0} + M y_{01} \overrightarrow{y_0} \end{matrix} \right\}_O + \left\{ \begin{matrix} Y_{03} \overrightarrow{y_0} + Z_{03} \overrightarrow{z_0} \\ M y_{03} \overrightarrow{y_0} + M z_{03} \overrightarrow{z_0} \end{matrix} \right\}_B \\ &= \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_O + \left\{ \begin{matrix} -e m_A \omega_{vil}^2 \overrightarrow{x_1} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A + \left\{ \begin{matrix} -e m_B \omega_{vil}^2 (\cos \theta + \frac{e}{L} \cos 2\theta) \overrightarrow{x_0} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B \end{aligned}$$

$$\vec{x}_0 . TRD \Rightarrow X_{01} = -e m_A \omega_{vil}^2 \cos \theta - e m_B \omega_{vil}^2 \left(\cos \theta + \frac{e}{L} \cos 2\theta \right)$$

$$\vec{y}_0 . TRD \Rightarrow Y_{01} + Y_{03} = -e m_A \omega_{vil}^2 \sin \theta$$

$$8^\circ - \quad X = X_{01} \quad Y = (Y_{01} + Y_{03})$$

$$\overrightarrow{V_{(K/0)}} = -d\omega_{vil} \overrightarrow{y_1}$$

$$\overrightarrow{V_{(K/0)}} = +d\omega_{vil}^2 \overrightarrow{x_1} \quad \text{donc sans refaire les calculs on ajoute le torseur } \left\{ \begin{array}{c} +d m_K \omega_{vil}^2 \overrightarrow{x_1} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_K$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{c} X_{01} \overrightarrow{x_0} + Y_{01} \overrightarrow{y_0} + Z_{01} \overrightarrow{z_0} \\ M x_{01} \overrightarrow{x_0} + M y_{01} \overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_O + \left\{ \begin{array}{c} Y_{03} \overrightarrow{y_0} + Z_{03} \overrightarrow{z_0} \\ M y_{03} \overrightarrow{y_0} + M z_{03} \overrightarrow{z_0} \end{array} \right\}_B \\ &= \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O + \left\{ \begin{array}{c} +d m_K \omega_{vil}^2 \overrightarrow{x_1} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_K + \left\{ \begin{array}{c} -e m_A \omega_{vil}^2 \overrightarrow{x_1} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A + \left\{ \begin{array}{c} -e m_B \omega_{vil}^2 \left(\cos \theta + \frac{e}{L} \cos 2\theta \right) \overrightarrow{x_0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B \end{aligned}$$

$$X = (d m_K - e m_A) \omega_{vil}^2 \cos \theta - e m_B \omega_{vil}^2 \left(\cos \theta + \frac{e}{L} \cos 2\theta \right)$$

$$Y = (d m_K - e m_A) \omega_{vil}^2 \sin \theta$$

9°- X et Y ne peuvent être rendus constants, pour minimiser leurs amplitudes on doit :

- Choisir (d) et (m_K) de façon à annuler le terme $(d m_K - e m_A)$
- Minimiser l'excentricité (**e**) et la masse $m_B = (m_3 + \frac{1}{3} m_2)$ c'est-à-dire minimiser la masse du piston (3) et de la bielle (2).

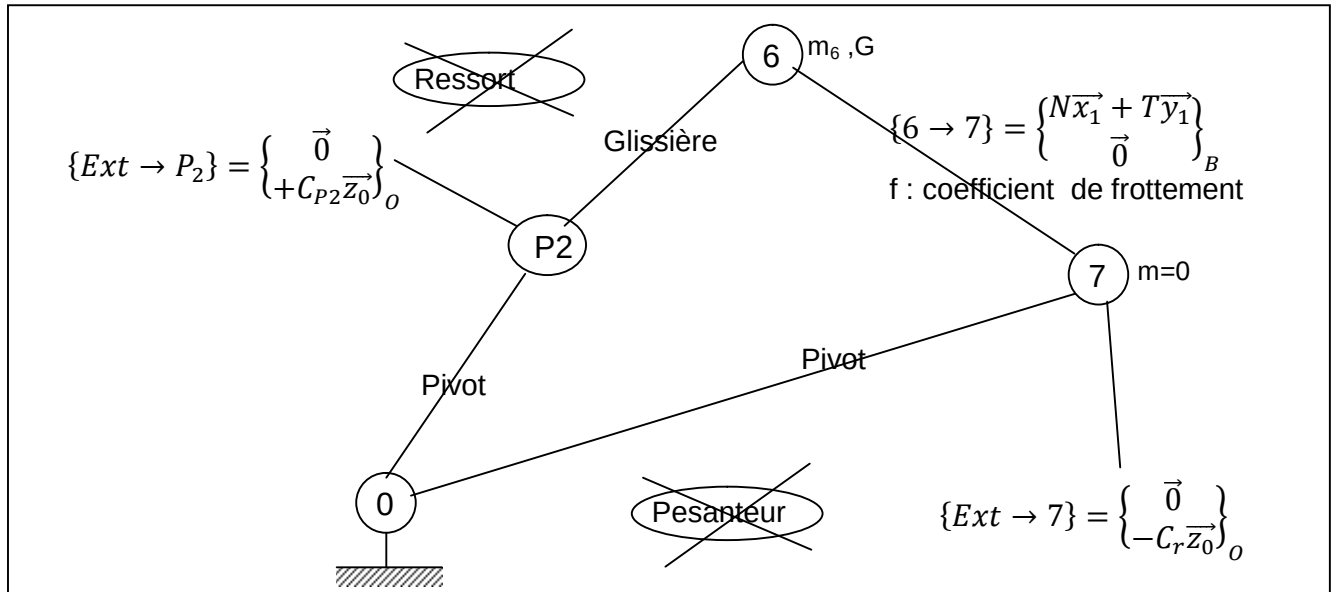
$$\text{Ainsi on aura : } X = -e m_B \omega_{vil}^2 \left(\cos \theta + \frac{e}{L} \cos 2\theta \right)$$

$$Y = 0$$

Remarque : il existe d'autres solutions qui permettent d'annuler (X) aussi.

C. Embrayage centrifuge :

10°- Graphes d'analyse dynamique :



11°- PFD appliqué à (6) : $\{P_2 \rightarrow 6\} + \{7 \rightarrow 6\} = \begin{Bmatrix} m_6 \overline{\gamma_{(G/R_0)}} \\ \vec{\delta}_G(6/R_0) \end{Bmatrix}_G$

$$\overline{V_{(G/0)}} = L\dot{\theta}\vec{y}_1$$

$$\overline{\gamma_{(G/0)}} = L\ddot{\theta}\vec{y}_1 - L\dot{\theta}^2\vec{x}_1$$

$$\begin{Bmatrix} Y_{26}\vec{y}_1 + Z_{26}\vec{z}_0 \\ Mx_{26}\vec{x}_1 + My_{26}\vec{y}_1 + Mz_{26}\vec{z}_0 \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} -N\vec{x}_1 - T\vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} m_6(L\ddot{\theta}\vec{y}_1 - L\dot{\theta}^2\vec{x}_1) \\ \vec{\delta}_G(6/R_0) \end{Bmatrix}_G$$

$$\vec{x}_1 \cdot TRD \Rightarrow -N = -m_6 L \dot{\theta}^2 \quad \text{d'où} \quad N = m_6 L \dot{\theta}^2$$

12°- Non glissement de la masselotte (6) sur la cloche (7) $\Rightarrow T \leq fN \Rightarrow T \leq f m_6 L \dot{\theta}^2$

13°- PFD appliqué à (7) : $\{Ext \rightarrow 7\} + \{0 \rightarrow 7\} + \{6 \rightarrow 7\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$ (la masse de (7) est nulle)

$$\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -C_r\vec{z}_0 \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} X_{07}\vec{y}_0 + Y_{07}\vec{y}_0 + Z_{07}\vec{z}_0 \\ Mx_{07}\vec{x}_0 + My_{07}\vec{y}_0 \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} N\vec{x}_1 + T\vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

$$\vec{M}_O = \vec{0} + \overrightarrow{OB} \wedge (N\vec{x}_1 + T\vec{y}_1) = RT\vec{z}_0$$

$$\vec{z}_0 \cdot TMD \Rightarrow -C_r + RT = 0 \quad \Rightarrow C_r = RT \quad \text{et pour (n) masselottes} \quad C_r = nRT$$

$$14^\circ - \frac{c_r}{nR} \leq f m_6 L \dot{\theta}^2 \qquad m_6 \geq \frac{c_r}{f n R L \dot{\theta}^2}$$

$$\text{Application numérique : } m_6 \geq 0,1709 \text{ (kg)} \Rightarrow m_6 \geq 170,9 \text{ (g)}$$

D. Estimation du couple moteur nécessaire au fonctionnement :

$$15^\circ - Ec \left(S/R_0 \right) = \frac{1}{2} J_{\text{éléments tournants}} \omega_{vil}^2 + \frac{1}{2} M \dot{x}^2$$

$$\text{Avec } k = \frac{\omega_{roue}}{\omega_{vilebrequin}}$$

$$\text{et (non glissement de la roue arrière)} \Rightarrow \dot{x} = R_{roue} \omega_{roue}$$

$$\Rightarrow \omega_{vilebrequin} = \frac{\dot{x}}{k R_{roue}}$$

$$\Rightarrow Ec \left(S/R_0 \right) = \frac{1}{2} J_{\text{élém tourn}} \frac{\dot{x}^2}{k^2 R_{roue}^2} + \frac{1}{2} M \dot{x}^2$$

$$\Rightarrow Ec \left(S/R_0 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{J_{\text{élém tourn}}}{k^2 R_{roue}^2} + M \right) \dot{x}^2$$

16°- Théorème de l'énergie cinétique appliqué à (S) :

$$\frac{d}{dt} Ec \left(S/R_0 \right) = P \left(\text{pasanteur} \rightarrow S/R_0 \right) + P \left(\text{moteur} \rightarrow S/R_0 \right) + P \left(\text{air} \rightarrow S/R_0 \right)$$

$$P \left(\text{pasanteur} \rightarrow S/R_0 \right) = \left\{ \begin{matrix} -Mg \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \dot{x} \vec{x}_1 \end{matrix} \right\}_G = -Mg \dot{x} \sin \alpha \quad (\text{Le poids est résistant})$$

$$P \left(\text{gaz brulés} \rightarrow S/R_0 \right) = C_{vil} \omega_{vil} \quad (\text{Puissance motrice})$$

$$P \left(\text{air} \rightarrow S/R_0 \right) = \left\{ \begin{matrix} -0,3 \dot{x}^2 \vec{x}_1 \\ \dots \end{matrix} \right\}_G \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \dot{x} \vec{x}_1 \end{matrix} \right\}_G = -0,3 \dot{x}^3 \quad (\text{Action de l'air résistante})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{J_{\text{élém tourn}}}{k^2 R_{roue}^2} + M \right) 2\dot{x}\ddot{x} = -Mg \dot{x} \sin \alpha + C_{vil} \omega_{vil} - 0,3 \dot{x}^3$$

$$\Rightarrow \left(\frac{J_{\text{élém tourn}}}{k^2 R_{roue}^2} + M \right) \dot{x}\ddot{x} = -Mg \dot{x} \sin \alpha + C_{vil} \frac{\dot{x}}{k R_{roue}} - 0,3 \dot{x}^3$$

$$\Rightarrow C_{vil} = k R_{roue} \left[\left(\frac{J_{\text{élém tourn}}}{k^2 R_{roue}^2} + M \right) \ddot{x} + Mg \sin \alpha + 0,3 \dot{x}^2 \right]$$

Application numérique :

$$* \dot{x} = 15 \text{ km/h} \text{ et } \ddot{x} = 0 \text{ m/s}^2$$

$$C_{vil} = 2,03 \text{ (mN)}$$

$$* \dot{x} = 15 \text{ km/h} \text{ et } \ddot{x} = 0,8 \text{ m/s}^2$$

$$C_{vil} = 4,32 \text{ (mN)}$$

E. Résistance et montage de l'axe de roue arrière :

17°- Equilibre de la poutre :

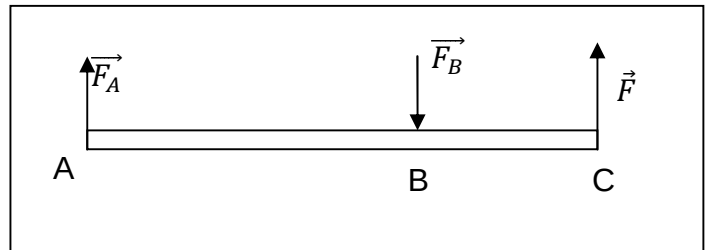
$$\left\{ \begin{matrix} F_A \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A + \left\{ \begin{matrix} -F_B \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B + \left\{ \begin{matrix} F \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_C = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}$$

$$\left\{ \begin{matrix} F_A \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A + \left\{ \begin{matrix} -F_B \vec{y} \\ -a F_B \vec{z} \end{matrix} \right\}_A + \left\{ \begin{matrix} F \vec{y} \\ L F \vec{z} \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}$$

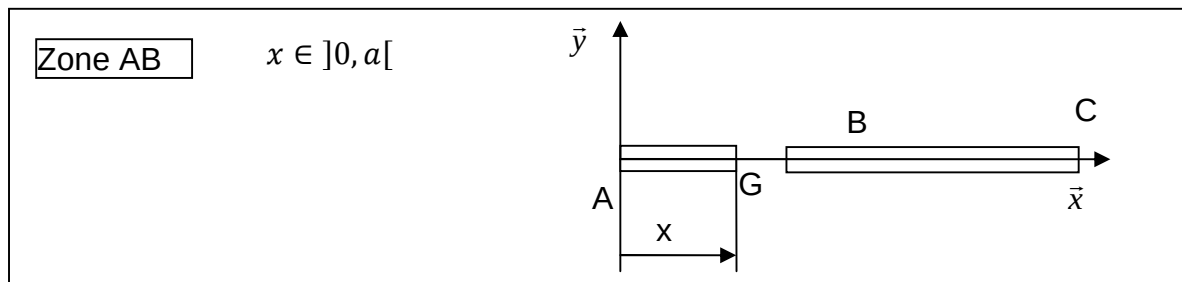
$$F_B = \frac{L}{a} F$$

et

$$F_A = \left(\frac{L}{a} - 1 \right) F = \frac{(L-a)}{a} F$$

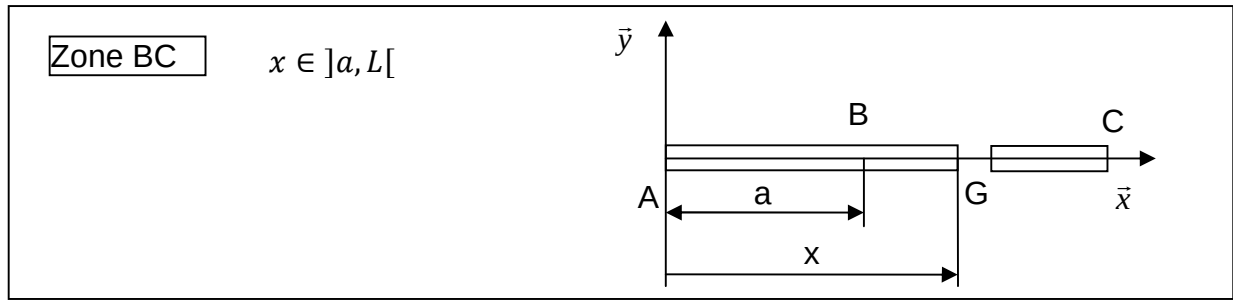


18°-



$$\{\tau_{coh}\}_G = - \left\{ \begin{matrix} F_A \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} -F_A \vec{y} \\ \vec{GA} \wedge (-F_A \vec{y}) \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} -F_A \vec{y} \\ x F_A \vec{z} \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} -\frac{(L-a)}{a} F \vec{y} \\ \frac{(L-a)}{a} F x \vec{z} \end{matrix} \right\}_G =$$

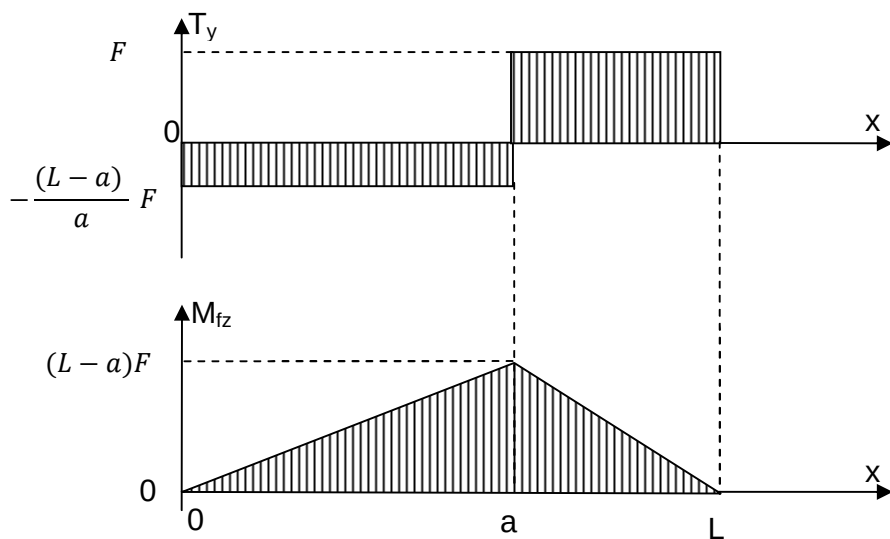
$$\left\{ \begin{matrix} N = 0 & M_t = 0 \\ T_y = -\frac{(L-a)}{a} F & M_{fy} = 0 \\ T_z = 0 & M_{fz} = \frac{(L-a)}{a} F x \end{matrix} \right\}_G$$



$$\{\tau_{coh}\}_G = + \left\{ \begin{matrix} F\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_C = \left\{ \begin{matrix} F\vec{y} \\ \vec{GC} \wedge (F\vec{y}) \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} F\vec{y} \\ F(L-x)\vec{z} \end{matrix} \right\}_G =$$

$$\left\{ \begin{matrix} N = 0 & M_t = 0 \\ T_y = F & M_{fy} = 0 \\ T_z = 0 & M_{fz} = F(L-x) \end{matrix} \right\}_G$$

19°- Tracé des éléments non nuls du torseur de cohésion :



20°- Condition de résistance en flexion de l'axe :

$$|\sigma_{maxi}| \leq \frac{\sigma_e}{s} \Rightarrow \frac{|M_{fz_{maxi}}|}{\frac{IGz}{v}} \leq \frac{\sigma_e}{s} \Rightarrow \frac{(L-a)F}{\frac{\pi d^4/64}{(d/2)}} \leq \frac{\sigma_e}{s} \Rightarrow \frac{32(L-a)F}{\pi d^3} \leq \frac{\sigma_e}{s}$$

$$\Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{32(L-a)F s}{\pi \sigma_e}}$$

$d \geq 13,05 \text{ mm (flexion)}$

21°- Condition de résistance en torsion de l'axe :

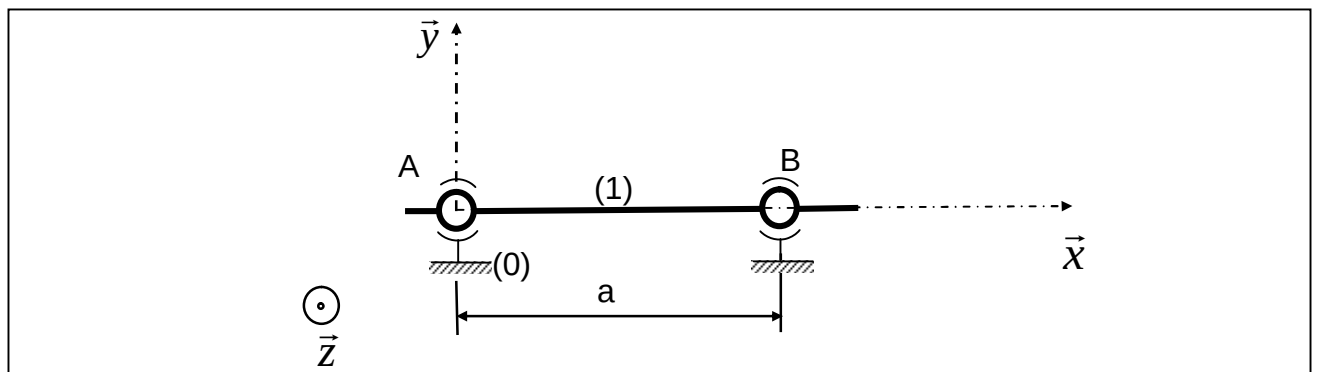
$$\tau_{maxi} \leq \frac{\tau_e}{s} \Rightarrow \frac{Mt}{\frac{IG}{v}} \leq \frac{\tau_e}{s} \Rightarrow \frac{C_{roue}}{\left(\frac{\pi d^4}{32}\right) \left(\frac{d}{2}\right)} \leq \frac{\tau_e}{s} \Rightarrow \frac{16 C_{roue}}{\pi d^3} \leq \frac{\tau_e}{s}$$

$$\Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16 C_{roue} s}{\pi \tau_e}}$$

$$d \geq 20,33 \text{ mm (torsion)}$$

Nota : L'effet de la torsion est plus important sur l'arbre que celui de la flexion dans notre cas.

22°- Schéma cinématique :



- Etude statique : Liaisons en parallèle

$$\{\tau_{Equivalent}\} = \{\tau_{LiA}\}_A + \{\tau_{LiB}\}_B = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix}_B, \vec{M}_A = \vec{M}_B + \vec{AB} \wedge \begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix}$$

$$\{\tau_{Equivalent}\} = \begin{Bmatrix} X & M_x \\ Y & M_y \\ Z & M_z \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_A + X_B & 0 \\ Y_A + Y_B & -aZ_B \\ Z_A + Z_B & aY_B \end{Bmatrix}_A \Rightarrow \begin{cases} X = X_A + X_B \\ Y = Y_A + Y_B \\ Z = Z_A + Z_B \\ M_x = 0 \\ M_y = -aZ_B \\ M_z = aY_B \end{cases}$$

La liaison équivalente est donc une pivot d'axe (AB) dont l'une des deux inconnues X_A ou X_B est hyperstatique (car elle ne peut pas être déterminée dans le système d'équations ci-dessus). Cela se traduit par une incertitude des contacts dans la direction $\vec{x}$ lors du montage.

- Le jeu (j) permet de palier à ce problème, on est donc sûr que les deux roulements ne sont pas **sur-contraints axialement** (roulements sur-contraints axialement → usure rapide). En plus il a un rôle de permettre une marge de dilatation de l'axe sous l'effet de l'échauffement.

Figure 1 : Phase de ralenti

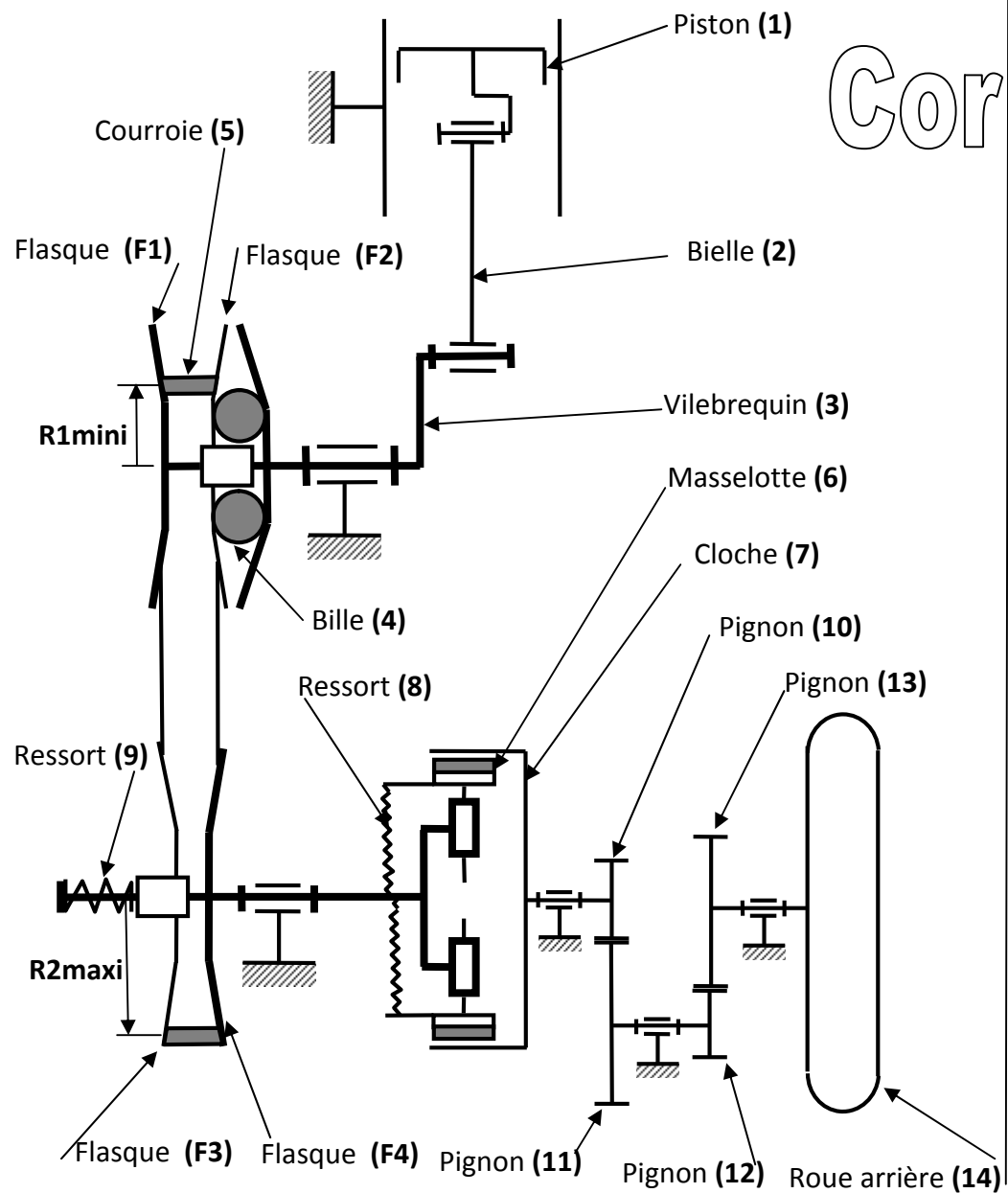


Figure 2 : Phase de glissement dans l'embrayage

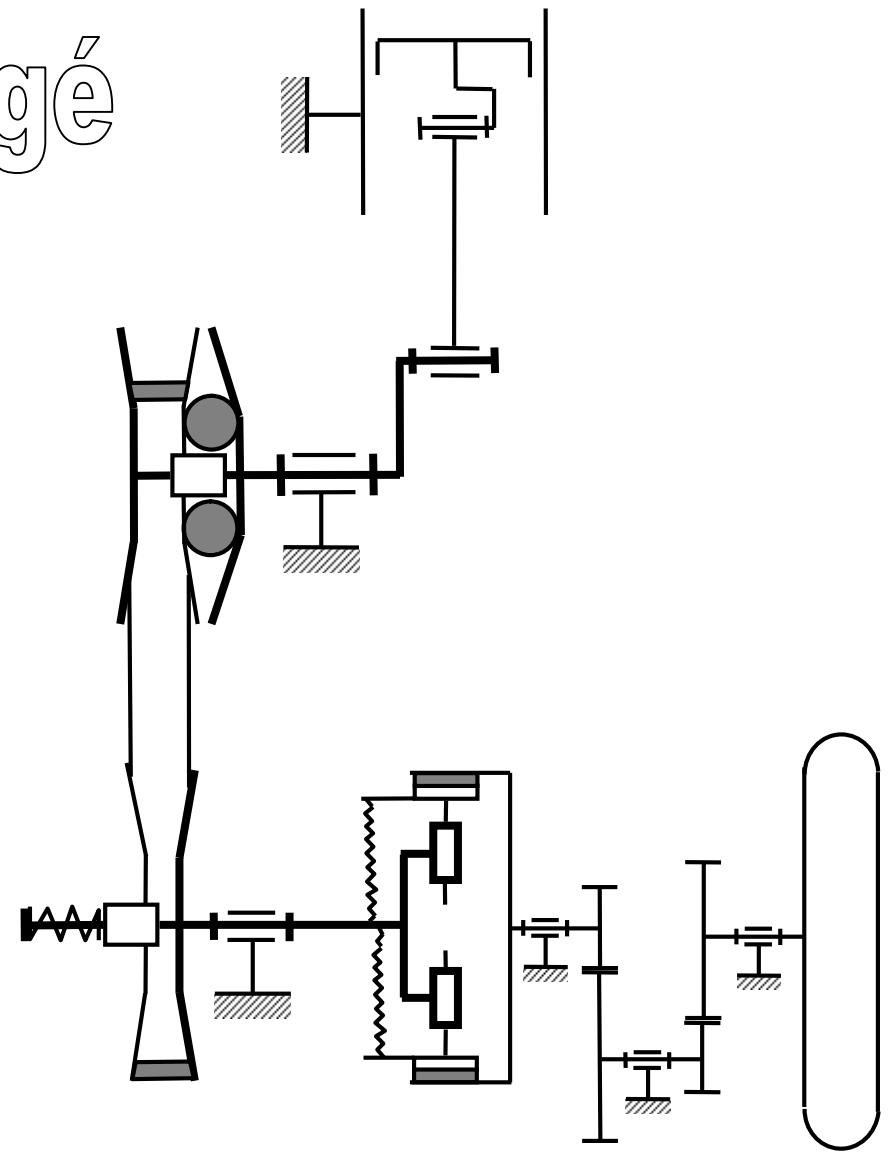
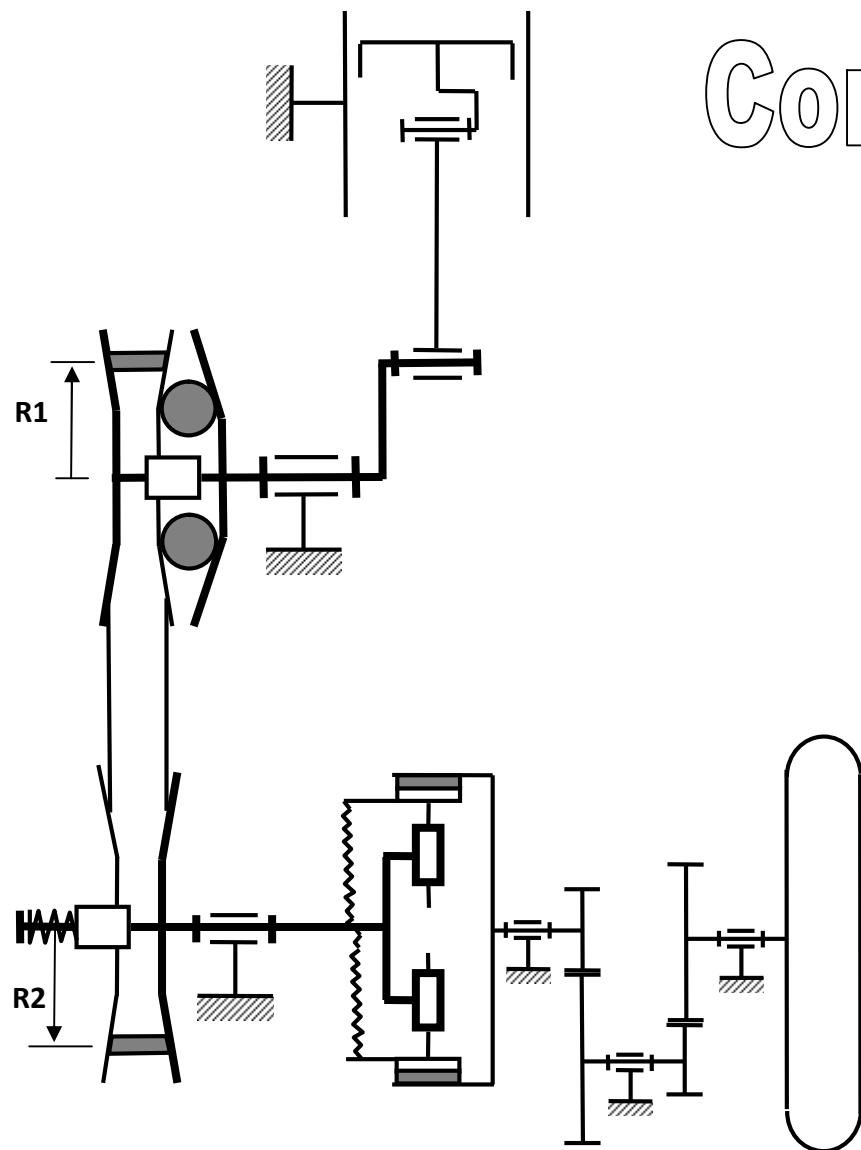


Figure 3 : Phase de non glissement dans l'embrayage et variation des rayons des poulies du variateur à courroie



Corrigé

Figure 4 : Phase de vitesse maximale du scooter

