

CONCOURS NATIONAL COMMUN

D'ADMISSION AUX GRANDES ECOLES D'INGENIEURS MAROCAINES

SESSION : 2025/ FILIERE : MP

**SCIENCES INDUSTRIELLES
POUR L'INGENIEUR**

ELEMENTS DE CORRECTION

FILIERE : MP

DOCUMENT-REPONSE 1

Partie A- Exercice préliminaire (Noté 4 points sur 20).

Question 1 :

le palpeur, le poste à souder et les axes motorisés X, Y, Z, W et A

Question 2 :

Liaison	Torseur des actions mécaniques transmissibles
Encastrement	$_A \left\{ \begin{array}{c c} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
Pivot d'axe $(A, \vec{x})$	$_A \left\{ \begin{array}{c c} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
Pivot glissant d'axe $(A, \vec{y})$	$_A \left\{ \begin{array}{c c} X & L \\ 0 & 0 \\ Z & N \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
Glissière de direction $(\vec{z})$	$_A \left\{ \begin{array}{c c} X & L \\ Y & M \\ 0 & N \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
Sphérique (rotule) de centre A .	$_A \left\{ \begin{array}{c c} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

Question 3 :

a) $\vec{\Omega}(1/R_0) = \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0$

b) $\vec{V}(O \in 1/R_0) = \vec{0} \quad ; \quad \vec{V}(G \in 1/R_0) = \left(\frac{d\vec{OG}}{dt} \right)_{R_0} = \frac{L}{2} \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_1$

c) $\vec{\Gamma}(G/R_0) = \left(\frac{d\vec{V}(G/R_0)}{dt} \right)_{R_0} = \frac{L}{2} \cdot \ddot{\theta} \cdot \vec{y}_1 - \frac{L}{2} \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \vec{x}_1$

Question 4 :

a) $\vec{I}(G, 1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ml^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{ml^2}{12} \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)} \quad ; \quad \text{b) } \begin{cases} I_{(G, \vec{x}_1)}(1) = 0. \\ I_{(G, \vec{y}_1)}(1) = \frac{ml^2}{12}. \\ I_{(G, \vec{z}_0)}(1) = \frac{ml^2}{12}. \end{cases}$

Fin de l'exercice préliminaire.

Partie B : Comportement statique du système de levage

Question 5 :

a) Donner aux points adéquats les formes des torseurs des liaisons suivants : $\{F_A(0 \rightarrow 5)\}$, $\{F_D(0 \rightarrow 5)\}$.

$$\{F_A(0 \rightarrow 5)\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_A \\ Z_A \end{Bmatrix}_A, \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} ; \quad \{F_D(0 \rightarrow 5)\} = \begin{Bmatrix} X_D \\ Y_D \\ Z_D \end{Bmatrix}_D, \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

b) En appliquant le principe fondamental de la statique à (5), donner les six équations scalaires traduisant son équilibre.

$$\text{PFS : } \{F(\bar{5} \rightarrow 5)\} = \{F_A(0 \rightarrow 5)\} + \{F_D(0 \rightarrow 5)\} + \{F(\text{câble1} \rightarrow 5)\} + \{F(\text{câble2} \rightarrow 5)\} + \{F(\text{frein} \rightarrow 5)\} = \{0\}.$$

$$\{F(\text{câble1} \rightarrow 5)\} = \begin{Bmatrix} -T \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B ; \quad \{F(\text{câble2} \rightarrow 5)\} = \begin{Bmatrix} -T \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C \quad \text{et} \quad \{F(\text{frein} \rightarrow 5)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_f \cdot \vec{x}_0 \end{Bmatrix}_A$$

Ramenons tous les torseurs au point A:

$$\vec{M}_A(0 \xrightarrow{D} 5) = \vec{M}_D(0 \xrightarrow{D} 5) + \overrightarrow{AD} \wedge \vec{R}(0 \xrightarrow{D} 5) = 3a \cdot \vec{x}_0 \wedge (X_D \cdot \vec{x}_0 + Y_D \cdot \vec{y}_0 + Z_D \cdot \vec{z}_0) = 3a \cdot (Y_D \cdot \vec{z}_0 - Z_D \cdot \vec{y}_0)$$

$$\vec{M}_A(\text{câble1} \rightarrow 5) = \vec{M}_B(\text{câble1} \rightarrow 5) + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{R}(\text{câble1} \rightarrow 5) = (a \cdot \vec{x}_0 - b \cdot \vec{y}_0) \wedge (-T \cdot \vec{z}_0) = aT \cdot \vec{y}_0 + bT \cdot \vec{x}_0$$

$$\vec{M}_A(\text{câble2} \rightarrow 5) = \vec{M}_C(\text{câble2} \rightarrow 5) + \overrightarrow{AC} \wedge \vec{R}(\text{câble2} \rightarrow 5) = (2a \cdot \vec{x}_0 - b \cdot \vec{y}_0) \wedge (-T \cdot \vec{z}_0) = 2aT \cdot \vec{y}_0 + bT \cdot \vec{x}_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_D = 0 & (1) \\ Y_A + Y_D = 0 & (2) \\ Z_A + Z_D - 2T = 0 & (3) \end{cases} \quad \begin{cases} C_f + 2bT = 0 & (4) \\ -3a \cdot Z_D + 3aT = 0 & (5) \\ 3a \cdot Y_D = 0 & (6) \end{cases}$$

c) Déterminer les inconnues statiques des actions mécaniques au niveau des liaisons en A et D du bâti (0) sur l'arbre (5) ainsi que le couple C_f en fonction de T et des dimensions du mécanisme.

$$\begin{cases} X_D = 0 \\ Y_D = 0 \\ Z_D = T \end{cases} ; \quad \begin{cases} Y_A = 0 \\ Z_A = T \end{cases} \quad \text{et} \quad C_f = -2bT$$

d) Donner, sans faire aucun calcul, la liaison équivalente entre (5) et (0).

Pivot d'axe $(A, \vec{x}_0)$

Question 6 :

- a)** A la limite du glissement et en appliquant les lois de coulomb, montrer que $q = 0$ et donner une relation entre p, r et f .

A la limite de glissement, on applique les relations du cas de présence de glissement :

On a : $\vec{V}_g(M \in 5 / G_d) = V \cdot \vec{v}$ avec $V > 0$. (vitesse de tendance au glissement)

Et : $\vec{f}_M(G_d \rightarrow 5) = -p \cdot \vec{x}_0 + q \cdot \vec{u} + r \cdot \vec{v} = \vec{f}_M^n(G_d \rightarrow 5) + \vec{f}_M^t(G_d \rightarrow 5)$,

avec : $\vec{f}_M^n(G_d \rightarrow 5) = -p \cdot \vec{x}_0$ et $\vec{f}_M^t(G_d \rightarrow 5) = q \cdot \vec{u} + r \cdot \vec{v}$.

Lois de coulomb :

$$\begin{cases} \vec{f}_M^t(G_d \rightarrow 5) \wedge \vec{V}_g(M \in 5 / G_d) = \vec{0} \\ \vec{f}_M^t(G_d \rightarrow 5) \cdot \vec{V}_g(M \in 5 / G_d) < 0 \\ \|\vec{f}_M^t(G_d \rightarrow 5)\| = f \cdot \|\vec{f}_M^n(G_d \rightarrow 5)\| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (q \cdot \vec{u} + r \cdot \vec{v}) \wedge (V \cdot \vec{v}) = \vec{0} \Rightarrow q = 0 \\ rV < 0 \Rightarrow r < 0 \\ |r| = f \cdot |p| \Rightarrow -r = f \cdot p \quad (\text{car : } p > 0) \end{cases}$$

- b)** Calculer le couple de freinage $C_{fd} = \vec{x}_0 \cdot \vec{M}_O(G_d \rightarrow 5)$, exercé par la garniture G_d sur le disque 5 en fonction de p, f, R_e, R_i .

$$C_{fd} = \vec{x}_0 \cdot \vec{M}_O(G_d \rightarrow 5) = \vec{x}_0 \cdot \int (\overrightarrow{OM} \wedge \vec{f}_M(G_d \rightarrow 5)) \cdot dS = \vec{x}_0 \cdot \int (\rho \vec{u}) \wedge (-p \cdot \vec{x}_0 - f \cdot p \cdot \vec{v}) \cdot dS = \int -f \cdot p \cdot \rho \cdot dS$$

$$\text{Avec } dS = \rho \cdot d\theta \cdot d\rho \quad \text{donc} \quad C_{fd} = -f \cdot p \int \rho^2 \cdot d\theta \cdot d\rho = -\frac{2}{3} \cdot \pi \cdot f \cdot p (R_e^3 - R_i^3)$$

- c)** En déduire le couple de freinage total C_f engendré par les deux garnitures.

$$C_f = -\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot f \cdot p (R_e^3 - R_i^3)$$

- d)** Calculer l'effort presseur global $F = \vec{x}_0 \cdot \vec{R}(G_d \rightarrow 5)$, exercé par la garniture G_d sur le disque 5 en fonction de p, R_e, R_i .

$$F = \vec{x}_0 \cdot \vec{F}(G_d \rightarrow 5) = \vec{x}_0 \cdot \vec{F}(S_1 \rightarrow S) = \vec{x}_0 \cdot \int \vec{f}_M(G_d \rightarrow 5) \cdot dS = \vec{x}_0 \cdot \int (-p \cdot \vec{x}_0 - f \cdot p \cdot \vec{v}) \cdot dS = \int -p \cdot dS = -p \cdot \pi \cdot (R_e^2 - R_i^2)$$

- e)** En déduire l'expression de l'effort F en fonction du couple de freinage total C_f .

$$F = \frac{3(R_e^2 - R_i^2)}{4 \cdot f(R_e^3 - R_i^3)} C_f \quad ; \quad (C_f < 0)$$

Question 7 : On note l'ensemble $E = \{\text{pistons} + \text{garniture } G_d\}$. En appliquant le théorème de la résultante statique à E en projection sur $\vec{x}_0$, donner l'expression de la raideur du ressort k en fonction du couple de freinage total C_f .

$$\vec{x}_0 \cdot \vec{F}(5 \rightarrow G_d) + \vec{x}_0 \cdot \vec{F}(\text{ressorts} \rightarrow \text{pistons}) = -F - 2k \cdot \Delta l = 0$$

$$k = \frac{-F}{2 \cdot \Delta l} = \frac{-3(R_e^2 - R_i^2) \cdot C_f}{8 \cdot f \cdot (R_e^3 - R_i^3) \cdot \Delta l}$$

Partie C : Comportement dynamique du système de levage

Question 8 :

a) Déterminer le rapport de réduction du premier étage : $r_1 = \omega_{30} / \omega_{10}$ en fonction des Z_i

$$r_1 = \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

b) En déduire l'expression littérale du rapport global du réducteur $k = \omega_{50} / \omega_{10}$, en fonction de r_1 .

$$k = \frac{\omega_{50}}{\omega_{10}} = \frac{\omega_{50}}{\omega_{30}} \cdot \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = r_1^2$$

c) Donner une relation entre Z_3 , Z_2 et Z_1 , sachant que les axes de rotation de 1 et 3 sont coaxiaux.

$$Z_3 = Z_1 + 2 \cdot Z_2$$

Question 9 : En explicitant le roulement sans glissement aux points A_1 , A_2 et A_3 montrer les deux relations

$$\text{suivantes : } \dot{z} = R_6 \cdot \omega_{60} \quad \text{et} \quad \omega_{60} = -\frac{R_5}{2R_6} \cdot \omega_{50}.$$

RSG en A_1 :

$$\vec{V}(A_1 \in 6 / \text{câble}) = \vec{V}(A_1 \in 6 / 0) - \vec{V}(A_1 \in \text{câble} / 0) = \vec{0} ; \text{ le brin } (O_0 A_1) \text{ étant fixe par rapport au bâti}$$

$$\vec{V}(A_1 \in 6 / 0) = \vec{V}(G_6 \in 6 / 0) + \vec{\Omega}(6 / 0) \wedge \overrightarrow{G_6 A_1} = (\dot{z}(t) - R_6 \cdot \omega_{60}) \cdot \vec{z}_0 \Rightarrow \dot{z}(t) = R_6 \cdot \omega_{60}$$

RSG en A_2 :

$$\vec{V}(A_2 \in 6 / \text{câble}) = \vec{V}(A_2 \in 6 / 0) - \vec{V}(A_2 \in \text{câble} / 0) = \vec{0}.$$

$$\vec{V}(A_2 \in 6 / 0) = \vec{V}(A_2 \in \text{câble} / 0)$$

$$\vec{V}(G_6 \in 6 / 0) + \vec{\Omega}(6 / 0) \wedge \overrightarrow{G_6 A_2} = (\dot{z}(t) + R_6 \cdot \omega_{60}) \cdot \vec{z}_0 = \vec{V}(A_2 \in \text{câble} / 0)$$

RSG en A_3 :

$$\vec{V}(A_3 \in 5 / \text{câble}) = \vec{V}(A_3 \in 5 / 0) - \vec{V}(A_3 \in \text{câble} / 0) = \vec{0}.$$

$$\vec{V}(A_3 \in 5 / 0) = \vec{V}(A_3 \in \text{câble} / 0)$$

$$\vec{V}(G_5 \in 5 / 0) + \vec{\Omega}(5 / 0) \wedge \overrightarrow{G_5 A_3} = -R_5 \cdot \omega_{50} \cdot \vec{z}_0 = \vec{V}(A_3 \in \text{câble} / 0)$$

finalemt

$$\vec{V}(A_3 \in \text{câble} / 0) = \vec{V}(A_2 \in \text{câble} / 0); \text{ le brin } (A_2 A_3) \text{ est tendu et inextensible}$$

$$-R_5 \cdot \omega_{50} \cdot \vec{z}_0 = (\dot{z}(t) + R_6 \cdot \omega_{60}) \cdot \vec{z}_0$$

$$-R_5 \cdot \omega_{50} = 2 \cdot R_6 \cdot \omega_{60}$$

$$\omega_{60} = -\frac{R_5}{2 \cdot R_6} \cdot \omega_{50}$$

Question 10 :

a) Déterminer l'énergie cinétique galiléenne $T(S/R_0)$ de l'ensemble (S) et la mettre sous la forme: $2 \cdot T(S / R_0) = J_{eq} \cdot \omega_m^2$. En déduire J_{eq} le moment d'inertie équivalent rapporté à l'arbre moteur en fonction de $J_m, J_r, J_5, J_6, M_6, M_7, R_5, R_6$ et k .

$$T(S/R_0) = T(1/R_0) + T(Red/R_0) + T(5/R_0) + T(6/R_0) + T(7/R_0) + T(câble/R_0)$$

$$\begin{aligned} \bullet T(1/R_0) &= \frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2 & ; & \quad \bullet T(Red/R_0) = \frac{1}{2} J_r \cdot \omega_m^2 & ; & \quad \bullet T(5/R_0) = \frac{1}{2} J_5 \cdot \omega_{50}^2 \\ \bullet T(6/R_0) &= \frac{1}{2} J_6 \cdot \omega_{60}^2 + \frac{1}{2} M_6 \cdot \dot{z}^2 & ; & \quad \bullet T(7/R_0) = \frac{1}{2} M_7 \cdot \dot{z}^2 & ; & \quad \bullet T(câble/R_0) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{donc: } 2.T(S/R_0) &= J_m \cdot \omega_m^2 + J_r \cdot \omega_m^2 + J_5 \cdot \omega_{50}^2 + J_6 \cdot \omega_{60}^2 + M_6 \cdot \dot{z}^2 + M_7 \cdot \dot{z}^2 \\ &= (J_m + J_r + J_5 \cdot \frac{\omega_{50}^2}{\omega_m^2} + J_6 \cdot \frac{\omega_{60}^2}{\omega_m^2} + M_6 \cdot \frac{\dot{z}^2}{\omega_m^2} + M_7 \cdot \frac{\dot{z}^2}{\omega_m^2}) \omega_m^2 \\ &= \{J_m + J_r + J_5 \cdot k^2 + J_6 \cdot (\frac{R_5}{2R_6} k)^2 + (M_6 + M_7) \cdot (-\frac{R_5}{2} k)^2\} \omega_m^2 \\ \Rightarrow J_{eq} &= J_m + J_r + J_5 \cdot k^2 + J_6 \cdot (\frac{R_5}{2R_6} k)^2 + (M_6 + M_7) \cdot (\frac{R_5}{2} k)^2 \end{aligned}$$

b) Exprimer les puissances des actions mécaniques extérieures sur l'ensemble (S) par rapport à R_0 .

Puissances extérieures :

$$\mapsto P(0 \rightarrow 1 / 0) = P(0 \rightarrow 5 / 0) = 0 \quad (\text{liaisons parfaites et 0 fixe dans } R_0).$$

$$\mapsto P(0 \rightarrow \text{câble} / 0) = 0 \quad (\text{ce brin est fixe dans } R_0).$$

$$\mapsto P(\text{stator} \rightarrow \text{rotor1} / 0) = C_m \cdot \omega_m \quad (\text{couple moteur}).$$

$$\mapsto P(\text{pes} \rightarrow 1 / 0) = 0 \quad (\text{le centre d'inertie de 1 ne bouge pas}).$$

$$\mapsto P(\text{pes} \rightarrow 5 / 0) = 0 \quad (\text{le centre d'inertie de 5 ne bouge pas}).$$

$$\mapsto P(\text{pes} \rightarrow \text{câble} / 0) = 0 \quad (\text{la masse du câble négligeable}).$$

$$\mapsto P(\text{pes} \rightarrow 6 / 0) = -M_6 \cdot g \cdot \dot{z}$$

$$\mapsto P(\text{pes} \rightarrow 7 / 0) = -M_7 \cdot g \cdot \dot{z}$$

c) Exprimer les puissances des actions mécaniques intérieures à l'ensemble (S) en fonction de la puissance motrice et le rendement.

$$\text{Puissances intérieures : } P(\text{int}) = (\eta - 1) \cdot C_m \cdot \omega_m \quad (\eta : \text{rendement global})$$

d) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble (S), montrer que son comportement dynamique peut s'écrire sous la forme suivante : $J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m = \eta \cdot C_m - C_r$; préciser l'expression de C_r en fonction de M_6 , M_7 , g , R_5 et k .

TEC :

$$\begin{aligned} \frac{dT(S/0)}{dt} &= P_{\text{ext}} + P_{\text{int}} \Rightarrow J_{eq} \dot{\omega}_m \cdot \omega_m = C_m \cdot \omega_m - (M_6 + M_7) \cdot g \cdot \dot{z} + (\eta - 1) \cdot C_m \cdot \omega_m \\ &= \eta \cdot C_m \cdot \omega_m + (M_6 + M_7) \cdot g \cdot \frac{R_5}{2} k \cdot \omega_m \end{aligned}$$

$$\Rightarrow J_{eq} \dot{\omega}_m = \eta \cdot C_m + (M_6 + M_7) \cdot g \cdot \frac{R_5}{2} k$$

$$\text{d'où : } C_r = -(M_6 + M_7) \cdot g \cdot \frac{R_5}{2} k$$

Partie D : Etude du positionneur

Question 11 :

a) Justifier les formes des matrices d'inertie $\bar{I}(O_2, 2)$ et $\bar{I}(O_3, 3)$.

Le solide 2 possède un plan de symétrie $(O_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$

Le solide 3 possède un axe de symétrie de révolution $(O_3, \vec{z}_2)$.

b) Déterminer la résultante cinétique de l'ensemble $E = (1 + 2 + 3)$ notée: $\vec{R}_c(E / R_0)$.

$$\begin{aligned}\vec{R}_c(E / R_0) &= \vec{R}_c(1 / R_0) + \vec{R}_c(2 / R_0) + \vec{R}_c(3 / R_0) \\ &= m_1 \cdot \dot{z}_0 \cdot \vec{z}_0 + m_2 (\dot{z}_0 \cdot \vec{z}_0 - c_2 \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{x}_2) + m_3 \cdot \dot{z}_0 \cdot \vec{z}_0 \\ &= (m_1 + m_2 + m_3) \cdot \dot{z}_0 \cdot \vec{z}_0 - m_2 \cdot c_2 \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{x}_2\end{aligned}$$

c) Déterminer la projection sur $\vec{z}_0$ de la résultante dynamique de l'ensemble $E = (1 + 2 + 3)$ notée : $\vec{z}_0 \cdot \vec{R}_d(E / R_0)$.

$$\begin{aligned}\vec{R}_d(E / R_0) \cdot \vec{z}_0 &= \frac{d}{dt} (\vec{R}_c(E / R_0) \cdot \vec{z}_0) \\ \vec{R}_c(E / R_0) &= (m_1 + m_2 + m_3) \cdot \dot{z}_0 \cdot \vec{z}_0 - m_2 \cdot c_2 \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{R}_d(E / R_3) \cdot \vec{z}_0 &= \frac{d}{dt} [(m_1 + m_2 + m_3) \cdot \dot{z}_0 + m_2 \cdot c_2 \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \theta] = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot \ddot{z}_0 + m_2 \cdot c_2 (\ddot{\theta} \cdot \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cdot \cos \theta)\end{aligned}$$

d) Déterminer le moment cinétique du solide (3) notée: $\vec{\sigma}(O_3, 3 / R_0)$.

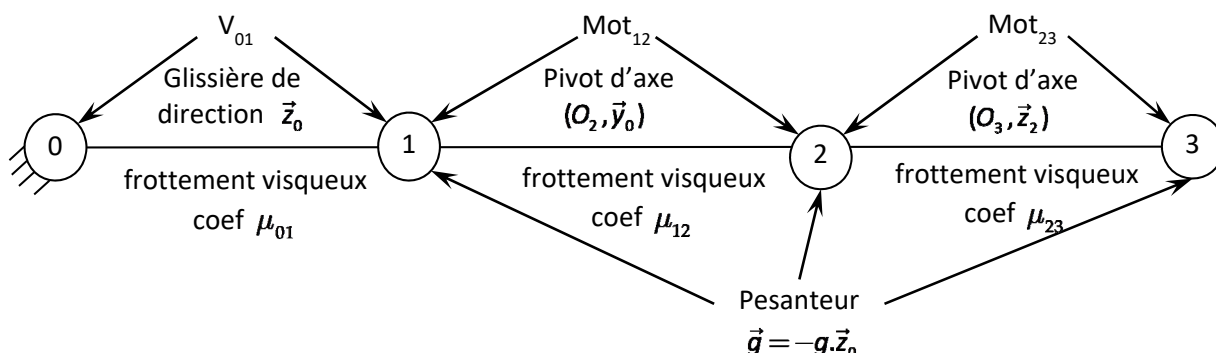
$$\begin{aligned}\vec{\sigma}(O_3, 3 / R_0) &= \bar{I}(O_3, 3) \cdot \vec{\Omega}(3 / R_0) \\ &= \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{(-, -, \vec{z}_2)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)} = A_3 \dot{\varphi} \cdot \vec{y}_2 + C_3 \dot{\varphi} \cdot \vec{z}_2\end{aligned}$$

e) Déterminer, en projection sur $\vec{z}_2$, le moment dynamique au point O_3 du solide (3) notée : $\vec{z}_2 \cdot \vec{\delta}(O_3, 3 / R_0)$.

$$\begin{aligned}\vec{z}_2 \cdot \vec{\delta}(O_3, 3 / R_0) &= \vec{z}_2 \cdot \frac{d}{dt} (\vec{\sigma}(O_3, 3 / R_0))_{R_0} \\ &= \frac{d}{dt} (\vec{z}_2 \cdot \vec{\sigma}(O_3, 3 / R_0)) - \vec{\sigma}(O_3, 3 / R_0) \cdot \left(\frac{d\vec{z}_2}{dt} \right)_{R_0} \\ &= \frac{d}{dt} (C_3 \dot{\varphi}) - \vec{\sigma}(O_3, 3 / R_0) \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{x}_2 = C_3 \ddot{\varphi}\end{aligned}$$

Question 12 :

a) Dresser un schéma d'analyse du système.



b) En vous appuyant sur le schéma d'analyse (sans calculer les quantités cinétiques et en développant seulement les termes des actions mécaniques), donner, très clairement et précisément, la démarche qui vous permet d'obtenir l'effort F_{01} et les couples moteurs C_{12} et C_{23} . Précisez quel(s) est (sont) le(s) système(s) étudié(s), quel(s) est(sont) le(s) théorème(s) utilisé(s) et éventuellement le point de calcul.

Recherche de C_{23} :

On isole l'ensemble 3 :

Bilan d'actions mécaniques extérieures :

- $\{F(2 \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} X_{23} & L_{23} \\ Y_{23} & M_{23} \\ Z_{23} & -\mu_{23}\dot{\varphi} \end{Bmatrix}_{B_2}$ pivot avec frottement visqueux
- $\{F(\text{Mot}_{23} \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{23}\vec{z}_2 \end{Bmatrix}$ moteur Mot_{23}
- $\{F(\text{pes} \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} -m_3 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_3=O_3}$ pesanteur

Théorème du moment dynamique en O_3 en projection sur $\vec{z}_2$:

$$C_{23} - \mu_{23}\dot{\varphi} = \delta(O_3, 3/0) \cdot \vec{z}_2$$

$$C_{23} = \mu_{23}\dot{\varphi} + \delta(O_3, 3/0) \cdot \vec{z}_2$$

Recherche de C_{12} :

On isole l'ensemble $S = \{2+3+\text{Mot}_{23}\}$:

Bilan d'actions mécaniques extérieures :

- $\{F(1 \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & -\mu_{12}\dot{\theta} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_{B_0}$ (pivot avec frottement visqueux)
- $\{F(\text{Mot}_{12} \rightarrow 2)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{12}\vec{y}_0 \end{Bmatrix}$ (moteur Mot_{12})
- $\{F(\text{pes} \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} -m_3 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_3=O_3} = \begin{Bmatrix} -m_3 \cdot g \vec{z}_0 \\ -l_3 m_3 \cdot g \cdot \vec{x}_0 \end{Bmatrix}_{O_2}$ (pesanteur)
- $\{F(\text{pes} \rightarrow 2)\} = \begin{Bmatrix} -m_2 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_2} = \begin{Bmatrix} -m_2 \cdot g \vec{z}_0 \\ m_2 \cdot g (-b_2 \cdot \vec{x}_0 - c_2 \sin \theta \cdot \vec{y}_0) \end{Bmatrix}_{O_2}$ (pesanteur)

Théorème du moment dynamique en O_2 en projection sur $\vec{y}_0$:

$$C_{12} - \mu_{12}\dot{\theta} - m_2 \cdot g \cdot c_2 \sin \theta = \vec{y}_0 \cdot \delta(O_2, S/0)$$

$$C_{12} = \mu_{12}\dot{\theta} + m_2 \cdot g \cdot c_2 \sin \theta + \vec{y}_0 \cdot \delta(O_2, S/0)$$

Recherche de F_{01} :

On isole l'ensemble $E = \{1+2+3+\text{Mot}_{12}+\text{Mot}_{23}\}$:

Bilan d'actions mécaniques extérieures :

- $\{F(0 \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & M_{01} \\ -\mu_{01} \cdot \dot{z} & N_{01} \end{Bmatrix}_{B_0} \quad (\text{glissière avec frottement visqueux})$
- $\{F(V_{01} \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} F_{01} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{O_1} \quad (\text{vérin } V_{01})$
- $\{F(pes \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} -m_3 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_3=O_3} \quad (\text{pesanteur})$
- $\{F(pes \rightarrow 2)\} = \begin{Bmatrix} -m_2 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_2} \quad (\text{pesanteur})$
- $\{F(pes \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} -m_1 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_1} \quad (\text{pesanteur})$

Le théorème de la résultante dynamique en projection sur $\vec{z}_0$

$$\vec{R}_d(E/O) \cdot \vec{z}_0 = F_{01} - \mu_{01} \cdot \dot{z} - (m_1 + m_2 + m_3) \cdot g$$

$$F_{01} = \mu_{01} \cdot \dot{z} + (m_1 + m_2 + m_3) \cdot g + \vec{R}_d(E/O) \cdot \vec{z}_0$$

c) En déduire l'expression de C_{12} (appelé couple de maintien) dans le cas d'équilibre statique. Et donner la valeur de l'angle θ pour laquelle le module de ce couple est maximal.

$$C_{12} = m_2 \cdot g \cdot c_2 \sin \theta$$

le module de ce couple est maximal pour $\theta = \frac{\pi}{2} + k\pi$

d) Ecrire l'équation permettant de déterminer la composante de la résultante $\vec{R}(2 \rightarrow 3)$ en projection sur $\vec{z}_2$: $\vec{z}_2 \cdot \vec{R}(2 \rightarrow 3) = Z_{23}$, en réalisant tous les calculs nécessaires.

Recherche de Z_{23} :

On isole l'ensemble 3 :

Bilan d'actions mécaniques extérieures :

- $\{F(2 \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} X_{23} & L_{23} \\ Y_{23} & M_{23} \\ Z_{23} & -\mu_{23} \dot{\varphi} \end{Bmatrix}_{B_2} \quad (\text{pivot avec frottement visqueux})$
- $\{F(Mot_{23} \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{23} \vec{z}_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{moteur } Mot_{23})$
- $\{F(pes \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} -m_3 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_3=O_3} \quad (\text{pesanteur})$

Le théorème de la résultante dynamique en projection sur $\vec{z}_2$

$$\vec{R}_d(3/O) \cdot \vec{z}_2 = Z_{23} - m_3 \cdot g \cdot \cos \theta$$

$$Z_{23} = m_3 \cdot g \cdot \cos \theta + \vec{R}_d(3/O) \cdot \vec{z}_2$$

Avec $\vec{R}_c(3/R_0) = m_3 \cdot \dot{z} \cdot \vec{z}_0$ et $\vec{R}_d(3/R_0) = m_3 \cdot \ddot{z} \cdot \vec{z}_0$

D'où $Z_{23} = m_3 \cdot g \cdot \cos \theta + m_3 \cdot \ddot{z} \cdot \cos \theta = m_3 \cdot (g + \ddot{z}) \cdot \cos \theta$

Question 13 :**a)** Citer la nature du problème : régression ou classification.

Classification.

b) Citer la nature de l'apprentissage : supervisé ou non-supervisé.

Supervisé.

c) Donner la taille de la base de données utilisée.

1000 pièces.

d) Quelles sont les sorties potentielles du modèle utilisé ?

Trois sorties : catégorie 1, 2 et 3.

Question 14 : Pour la catégorie 1, donner la valeur des nombres suivants : VP, FP, VN et FN. Déduire la précision du modèle.VP=169 ; FP=4 ; VN=25 ; FN=2 ; La précision globale $= (169+25)/(169+4+25+2) = 0,97 = 97 \%$.**Question 15 :** Quel est le nombre optimal de voisins K à adopter pour une meilleure performance du modèle K-NN ?

La précision du modèle est maximale pour K=5.

Partie F : Commande asservie de la montée de la charge**Question 16 :** Ecrire les équations du moteur dans le domaine de Laplace (les conditions initiales sont supposées nulles) et donner les expressions des transmittances $F_1(p)$, $F_2(p)$, $F_3(p)$ et $F_4(p)$.

$$C_m(p) - C_r(p) = J_e \cdot p \cdot \Omega_m(p)$$

$$U_m(p) = (R + L \cdot p) I(p) + E(p)$$

$$E(p) = k_e \cdot \Omega_m(p)$$

$$C_m(p) = k_t \cdot I(p)$$

$$F_1(p) = \frac{1}{R + L \cdot p} ; F_2(p) = k_t ; F_3(p) = \frac{1}{J_e \cdot p} ; F_4(p) = k_e$$

Question 17 :**a)** Déterminer les deux fonctions de transfert $H_m(p)$ et $H_r(p)$ et les mettre sous leurs formes canoniques :

$$H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}} \quad \text{et} \quad H_r(p) = \frac{K_r \cdot (1 + \tau \cdot p)}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

$$H_m(p) = \frac{F_1(p) \cdot F_2(p) \cdot F_3(p)}{1 + F_1(p) \cdot F_2(p) \cdot F_3(p) \cdot F_4(p)} \quad \text{et} \quad H_r(p) = \frac{F_3(p)}{1 + F_1(p) \cdot F_2(p) \cdot F_3(p) \cdot F_4(p)}$$

$$\bullet H_m(p) = \frac{\frac{k_t}{J_e \cdot p \cdot (R + L \cdot p)}}{1 + \frac{k_t k_e}{J_e \cdot p \cdot (R + L \cdot p)}} = \frac{\left(\frac{1}{k_e}\right)}{1 + \left(\frac{J_e R}{k_t k_e}\right) \cdot p + \left(\frac{J_e L}{k_t k_e}\right) \cdot p^2}$$

$$\bullet H_r(p) = \frac{\frac{1}{J_e \cdot p}}{1 + \frac{k_t k_e}{J_e \cdot p \cdot (R + L \cdot p)}} = \frac{\frac{R}{k_t k_e} \cdot \left(1 + \frac{L}{R} p\right)}{1 + \left(\frac{J_e R}{k_t k_e}\right) p + \left(\frac{J_e L}{k_t k_e}\right) p^2}$$

b) En déduire les expressions des gains statiques K_m et K_r , de la constante du temps τ , du facteur d'amortissement z et de la pulsation propre ω_n . Faire l'application numérique.

$$K_m = \frac{1}{k_e} = 3,94 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1} ; \quad K_r = \frac{R}{k_t k_e} = 11 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} ; \quad \tau = \frac{L}{R} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_t k_e}{J_e \cdot L}} = 77,29 \text{ rad.s}^{-1} ; \quad z = \frac{1}{2} R \sqrt{\frac{J_e}{k_t k_e L}} = 1,276$$

c) Déterminer l'expression de $\omega_m(\infty)$ la vitesse de rotation du moteur en régime permanent pour un échelon de tension $u_m(t) = U_0 \cdot h(t)$ et un échelon de couple résistant $C_r(t) = C_{r0} \cdot h(t)$.

$$\omega_m(\infty) = K_m \cdot U_0 - K_r \cdot C_{r0}$$

d) Justifier pourquoi il est possible de mettre $H_m(p)$ sous la forme $H_m(p) = \frac{K_m}{(1 + T_1 \cdot p)(1 + T_2 \cdot p)}$.

$$\text{Car } z = 1,276 > 1$$

e) Par analyse de la dominance des pôles, justifier pourquoi peut-on modéliser le système par un système du 1^{er} ordre. Donner l'expression simplifiée de $H_m(p)$. En déduire le temps de réponse à 5%.

Les pôles sont : $p_1 = -\frac{1}{T_1}$; $p_2 = -\frac{1}{T_2}$ et on a : $T_1 \ll T_2$ donc $p_1 \ll p_2$ alors on peut négliger le pôle p_1 devant p_2 .

$$H_m(p) = \frac{K_m}{(1 + T_2 \cdot p)} = \frac{K_m}{(1 + T_m \cdot p)} ; \quad tr_{5\%} = 3T_m = 99 \text{ ms}$$

Question 18 :

- a)** Déterminer, sous leurs formes canoniques, les fonctions de transfert $G_m(p)$ et $G_r(p)$ en fonction de K_A , K_V , K_m , K_r et T_m .

$$G_m(p) = \frac{\frac{K_A K_m}{(1+T_m \cdot p)}}{1 + \frac{K_A K_m K_V}{(1+T_m \cdot p)}} = \frac{\frac{K_A K_m}{(1+K_A K_m K_V)}}{1 + \frac{T_m}{(1+K_A K_m K_V)} \cdot p} ; \quad G_r(p) = \frac{\frac{K_r}{(1+T_m \cdot p)}}{1 + \frac{K_A K_m K_V}{(1+T_m \cdot p)}} = \frac{\frac{K_r}{(1+K_A K_m K_V)}}{1 + \frac{T_m}{(1+K_A K_m K_V)} \cdot p}$$

- b)** Déterminer l'expression de $\omega_m(\infty)$ la vitesse de rotation du moteur en régime permanent pour un échelon de tension $u_m(t) = U_0 \cdot h(t)$ et un échelon de couple résistant $C_r(t) = C_{r0} \cdot h(t)$. Donner le temps de réponse $tr_{5\%}$.

$$\omega_m(\infty) = \frac{K_A K_m}{(1+K_A K_m K_V)} \cdot U_0 - \frac{K_r}{(1+K_A K_m K_V)} \cdot C_{r0} ; \quad tr_{5\%} = 3 \cdot \frac{T_m}{(1+K_A K_m K_V)}$$

- c)** Expliquer l'impact de cette boucle de vitesse sur la rapidité et sur l'effet de la perturbation sur la vitesse en régime permanent du moteur.

$tr_{5\%}$ est diminué alors le système est devenu plus rapide et l'effet de la perturbation est atténué :

$$\frac{K_r}{(1+K_A K_m K_V)} \cdot C_{r0} < K_r \cdot C_{r0}$$

Question 19 :

- a)** Pour que l'asservissement de la montée de la charge soit correct, donner la relation liant K_a , K_p et B .

$$K_a = \frac{K_p}{B}$$

- b)** Donner l'expression de la transmittance $D(p)$.

$$D(p) = \frac{1}{p}$$

Question 20 :

- a)** Donner les expressions des transmittances $G_1(p)$ et $G_2(p)$ et les mettre sous la forme :

$$G_1(p) = K_1 \quad \text{et} \quad G_2(p) = \frac{K_2}{p(1+Tp)}$$

$$G_1(p) = \frac{K_p \cdot K_{m2}}{B \cdot K_{r2}} \quad \text{et} \quad G_2(p) = \frac{K_{r2} \cdot r \cdot B}{p(1+Tp)}$$

- b)** En déduire les gains K_1 et K_2 en fonction de K_{m2} , K_{r2} , K_p , r et B .

$$K_1 = \frac{K_p \cdot K_{m2}}{B \cdot K_{r2}} \quad \text{et} \quad K_2 = K_{r2} \cdot r \cdot B$$

Question 21 :

a) Sur le document-réponse 2, tracer les diagrammes asymptotiques et réels de Bode de $H_{BO}(p)$.

$$H_{BO}(p) = G_1(p).G_2(p) = \frac{K_1.K_2}{p(1+Tp)} = \frac{4}{p(1+0,02.p)} ;$$

Les diagrammes de Bode (Voir le document-réponse 2)

b) Déterminer analytiquement les marges de phase MP° et de gain MG_{dB} du système. Vérifier les valeurs trouvées sur les diagrammes de Bode tracés sur le document-réponse 2.

$MG_{dB} = \infty$ (fonction de transfert de deuxième ordre)

$$MP^\circ = 180^\circ + \arg(H_{BO}(j\omega_{c0dB})) \quad \text{telle que} \quad |H_{BO}(j\omega_{c0dB})| = 1$$

$$\text{On a } |H_{BO}(j\omega_{c0dB})| = \frac{4}{\omega_{c0dB} \sqrt{1 + (0,02.\omega_{c0dB})^2}} = 1 \Rightarrow \omega_{c0dB} = 3,98 \text{ rd/s}$$

$$\text{et } \arg(H_{BO}(j\omega_{c0dB})) = -90^\circ - \arctg(0,02.\omega_{c0dB}) = -94,55^\circ$$

$$\Rightarrow MP^\circ = 180^\circ - 94,6^\circ = 85,45^\circ$$

(Pour la vérification Voir le document-réponse 2)

Question 22 :

a) En supposant le couple résistant $C_r(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert en boucle fermée

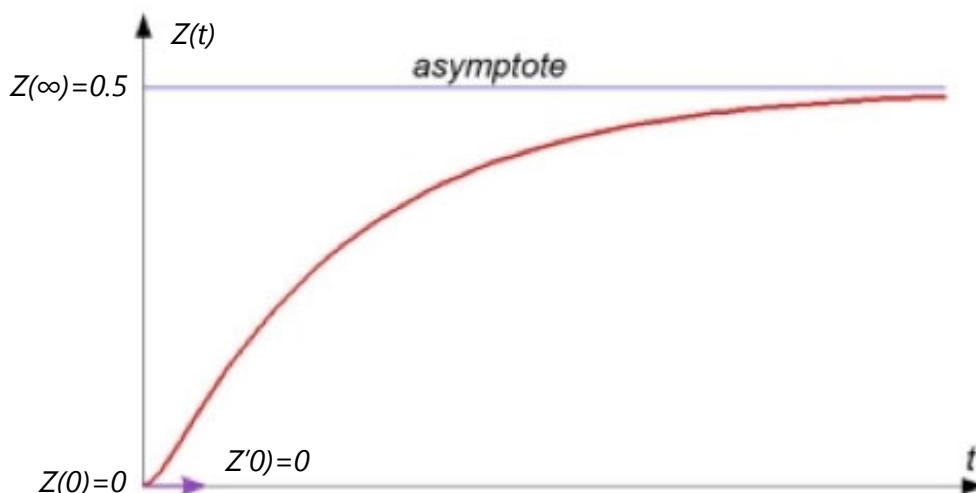
$H_{BF}^z(p) = Z(p) / Z_c(p)$ et la mettre sous forme canonique. Déterminer les valeurs de sa pulsation propre non amortie ω_n et de son coefficient d'amortissement ξ .

$$H_{BF}^z(p) = \frac{Z(p)}{Z_c(p)} = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} = \frac{G_1(p).G_2(p)}{1 + G_1(p).G_2(p)} = \frac{K_1.K_2}{p(1+T.p) + K_1.K_2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_1.K_2}p + \frac{T}{K_1.K_2}.p^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}p + \frac{0,02}{4}p^2}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4}{0,02}} = 14,14 \text{ rd/s} ; \quad \xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 14,14 = 1,77 ; \text{ gain statique égale à } 1$$

a) Tracer sur votre copie l'allure de la réponse $z(t)$ pour une consigne échelon $z_c(t) = 0,5.h(t)$ en précisant ses valeurs initiale et finale et sa tangente à l'origine.

$$Z(0)=0 ; Z(\infty)=0.5 \text{ et } Z'(0)=0$$



b) En faisant usage de l'abaque du temps de réponse donné sur la figure 16 (voir page 17), déterminer le temps de réponse $tr_{5\%}$.

On a $\xi = 1,77$ et $\omega_n = 14,14$ rd/s alors d'après l'abaque $tr_{5\%} = 9,8/14,14 = 0,69$ s

Question 23 : Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée $H_{BO}^c(p)$. Donner son gain statique K_{BO} , son ordre n et sa classe α .

$$H_{BO}^c(p) = C(p)G_1(p).G_2(p) = K_c \cdot \frac{K_1.K_2}{p(1+Tp)} = \frac{4K_c}{p(1+0,02.p)}$$

$$K_{BO} = 4K_c ; n=2 ; \alpha=1$$

Question 24 :

a) Donner, en justifiant, l'écart en régime permanent vis-à-vis de la consigne échelon $z_c(t) = Z_0.h(t)$.

l'écart en régime permanent est nul (présence de l'intégrateur dans la BO)

b) Donner, en justifiant, l'écart en régime permanent vis-à-vis de la perturbation échelon $C_r(t) = C_{r0}.h(t)$.

l'écart en régime permanent est égale à $\frac{C_{r0}}{K_c K_1} = \frac{C_{r0}}{8.K_c}$ (pas d'intégration en amont de la perturbation et la classe de la BO est 1)

Question 25 :

a) En supposant le couple résistant $C_r(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}^z(p) = Z(p) / Z_c(p)$ et la mettre sous forme canonique. Donner, en fonction de K_c , la pulsation propre non amortie ω_{nc} et de son coefficient d'amortissement ξ_c .

$$\begin{aligned} H_{BF}^z(p) &= \frac{Z(p)}{Z_c(p)} = \frac{H_{BO}^c(p)}{1 + H_{BO}^c(p)} = \frac{C(p).G_1(p).G_2(p)}{1 + C(p).G_1(p).G_2(p)} = \frac{K_c.K_1.K_2}{p(1+T.p) + K_c.K_1.K_2} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{1}{K_c.K_1.K_2}p + \frac{T}{K_c.K_1.K_2}.p^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4K_c}p + \frac{0,02}{4K_c}p^2} \\ \omega_{nc} &= \sqrt{\frac{4K_c}{0,02}} ; \quad \xi_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4K_c} \cdot \omega_{nc} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{4 \cdot 0,02 \cdot K_c}} = \frac{1}{\sqrt{0,32 \cdot K_c}} \end{aligned}$$

b) Déterminer la valeur K_{c1} de K_c permettant d'avoir le système le plus rapide et sans dépassement.

$$\xi_c = \frac{1}{\sqrt{0,32 \cdot K_{c1}}} = 1 \Rightarrow K_{c1} = 3,125$$

c) En faisant usage de l'abaque de la figure 16, donner le temps de réponse $tr_{5\%}$ pour $K_c = K_{c1}$.

On a $K_{c1} = 3,125$ et $\omega_{nc} = \sqrt{\frac{4K_c}{0,02}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3,125}{0,02}} = 25$ rd/s alors pour $\xi_c = 1$ d'après l'abaque

$$tr_{5\%} = 4.8/25 = 0.192 \text{ s}$$

d) Relever sur les diagrammes de Bode que vous avez tracés sur la figure R1 du document-réponse 2, la marge de phase MP° pour $K_c = K_{c1}$.

$$MP^\circ = 76,3^\circ$$

Question 26 : Conclure quant à la capacité de la correction proportionnelle à respecter, à elle seule, le cahier des charges.

On remarque que l'écart en régime permanent vis-à-vis de la perturbation échelon $C_r(t) = C_{r0}.h(t)$ est non nul alors la correction proportionnelle ne permet pas de respecter, à elle seule, l'ensemble des exigences du cahier des charges.

Question 27 : Justifier l'intérêt du choix de ce correcteur au regard des exigences du cahier des charges et en particulier le choix de la valeur de la pulsation de cassure $\omega_{ci} = 1/T_i$ du correcteur PI.

Pour avoir un l'écart en régime permanent vis-à-vis de la perturbation échelon nul (avoir une intégration en amont de la perturbation).

$\omega_{ci} = 1/T_i = \frac{1}{15}$ est choisie suffisamment inférieure à la pulsation de coupure à 0dB ($\omega_{ci} < \frac{\omega_{c0dB}}{10}$) afin de conserver le niveau de stabilité obtenue par la correction proportionnelle.

Question 28 :

a) Donner, en justifiant, l'écart statique $\varepsilon_{statique}^{con}$ en régime permanent vis-à-vis d'une consigne échelon $z_c(t) = Z_0.h(t)$.

$$\varepsilon_{statique}^{con} = 0 \text{ (Présence de l'intégrateur dans la BO)}$$

b) Donner, en justifiant, l'écart de poursuite $\varepsilon_{poursuite}^{con}$ en régime permanent vis-à-vis d'une consigne rampe $z_c(t) = V_0.t.u(t)$.

$$\varepsilon_{poursuite}^{con} = 0 \text{ (Présence de deux intégrateurs dans la BO)}$$

c) Donner, en justifiant, l'écart statique $\varepsilon_{statique}^{per}$ en régime permanent vis-à-vis de la perturbation échelon $C_r(t) = C_{r0}.h(t)$.

$$\varepsilon_{statique}^{per} = 0 \text{ (Présence d'intégration en amont de la perturbation)}$$

Question 29 : Sur la figure R2 du document-réponse 3, repérer et relever les nouvelles marges de gain MG_{dB} et de phase MP° .

$$MG_{dB} = \infty \text{ et } MP^\circ = 76,5^\circ$$

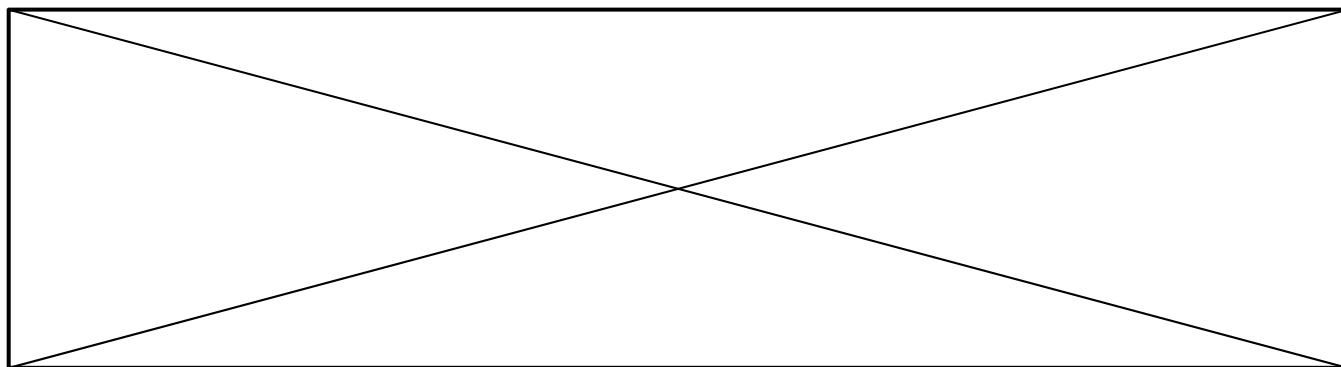
Question 30 : Sur la figure R3 du document-réponse 4, repérer et relever :

- L'écart statique $\varepsilon_{statique}^{con}$ en régime permanent vis-à-vis de la consigne échelon $z_c(t) = 0,5.h(t)$.
- L'écart statique $\varepsilon_{statique}^{per}$ en régime permanent vis-à-vis de la perturbation échelon $C_r(t) = 1,2.h(t - 2)$
- Le temps de réponse $tr_{5\%}$.
- Le dépassement $D\%$.

Voir la figure R3 du document-réponse 4

Question 31 : Conclure sur la capacité du correcteur PI à respecter les exigences du cahier de charges (répondre sur le document-réponse 4).

Voir du document-réponse 4



DOCUMENT-REPONSE 2

Question 21: a)

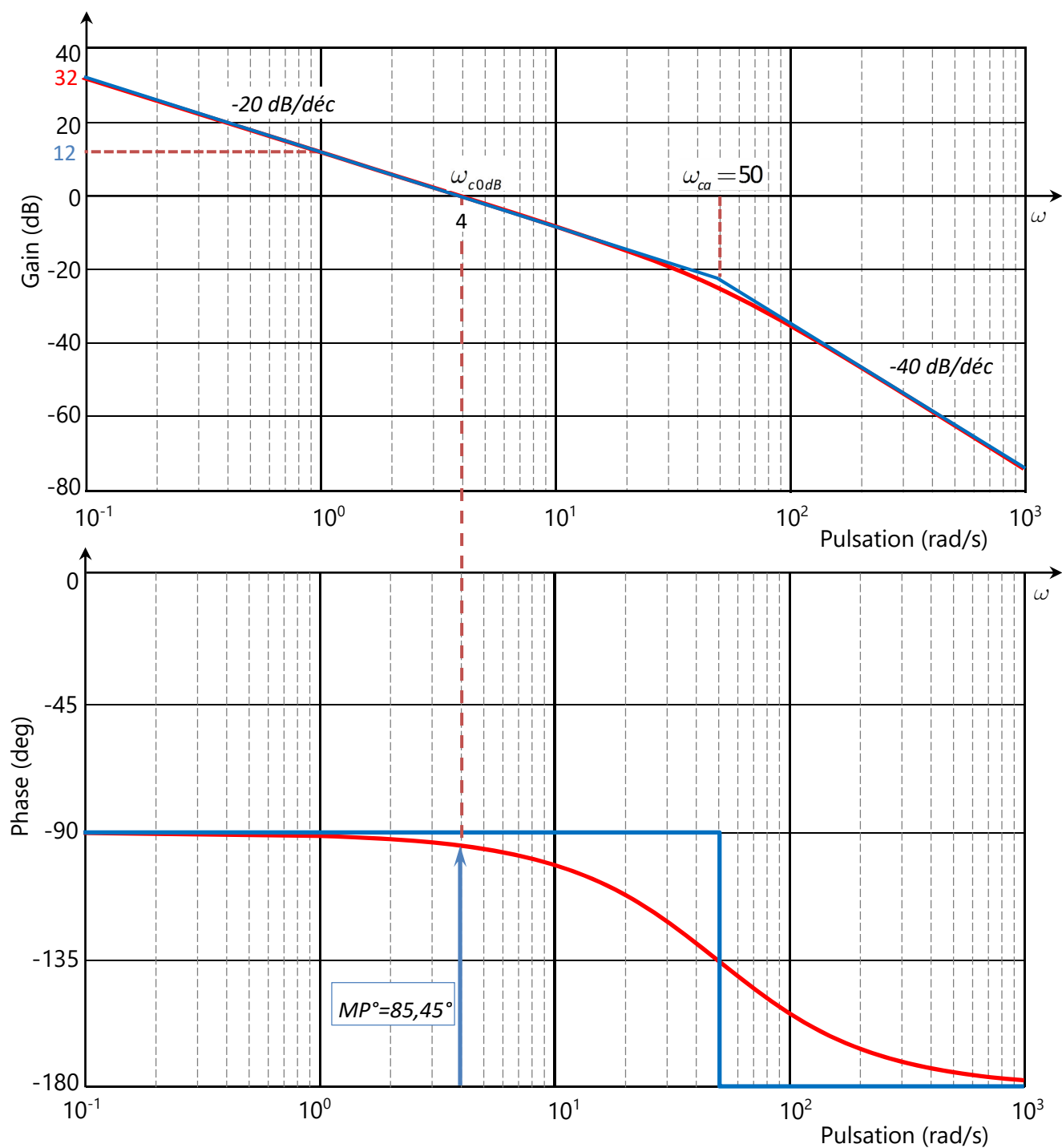
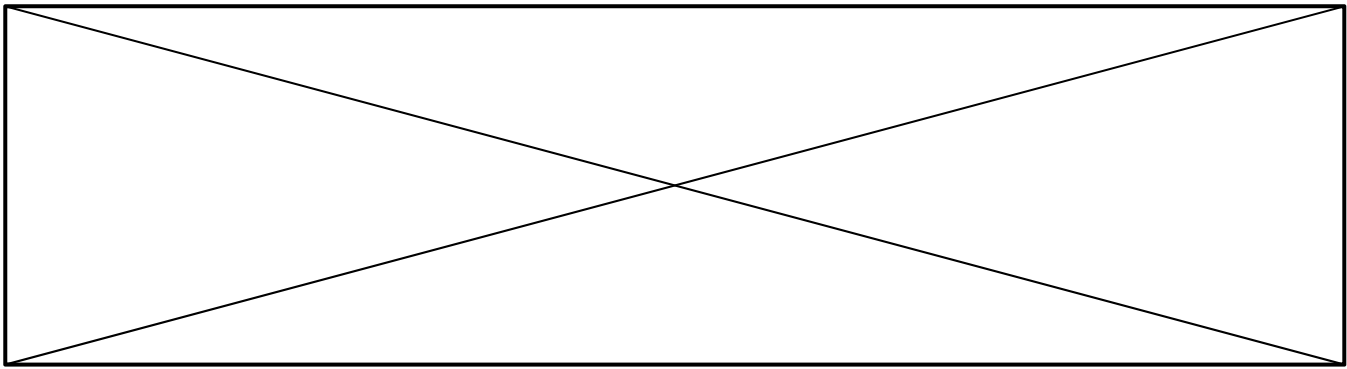
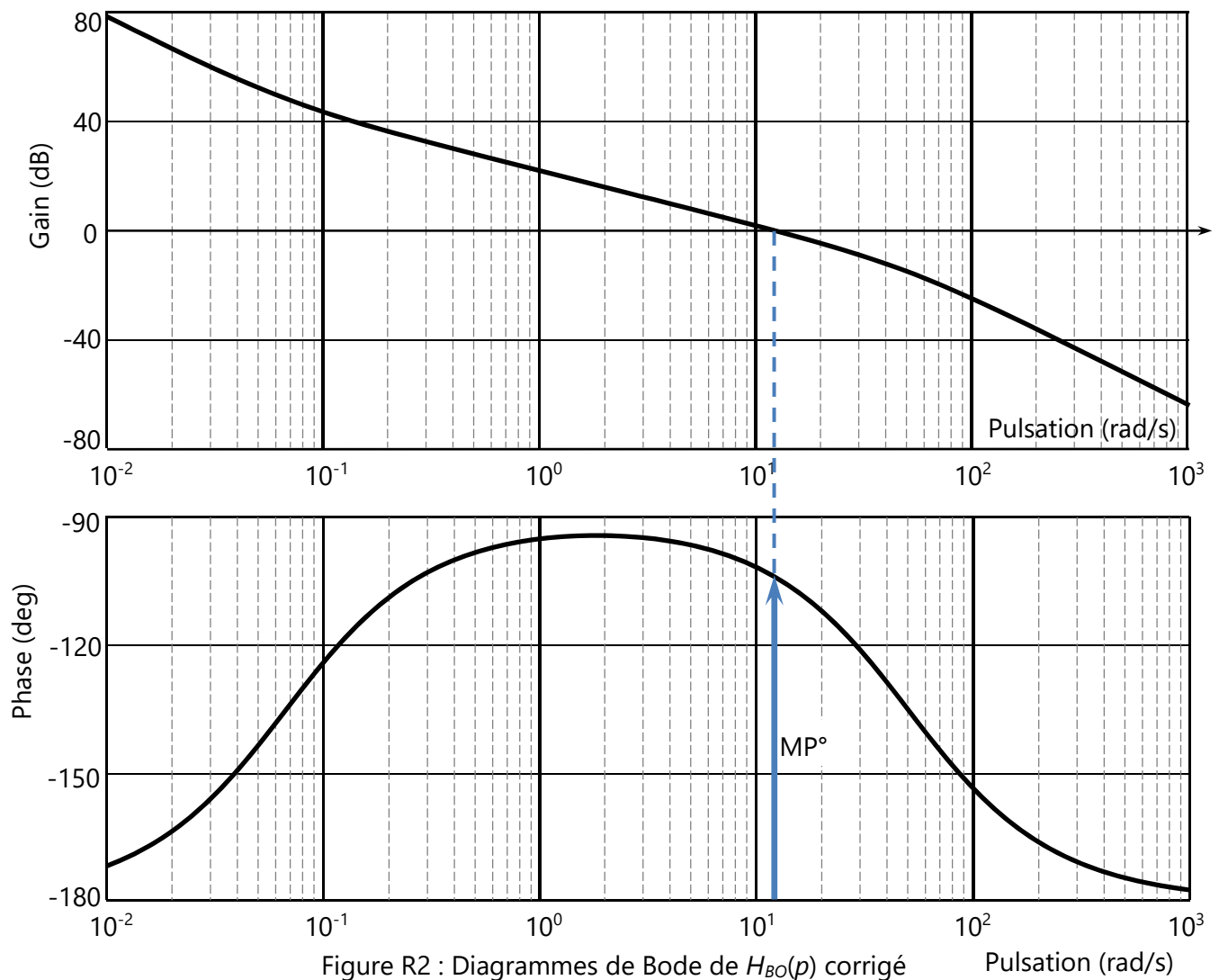


Figure R1 : Diagrammes de Bode de $H_{BO}(p)$



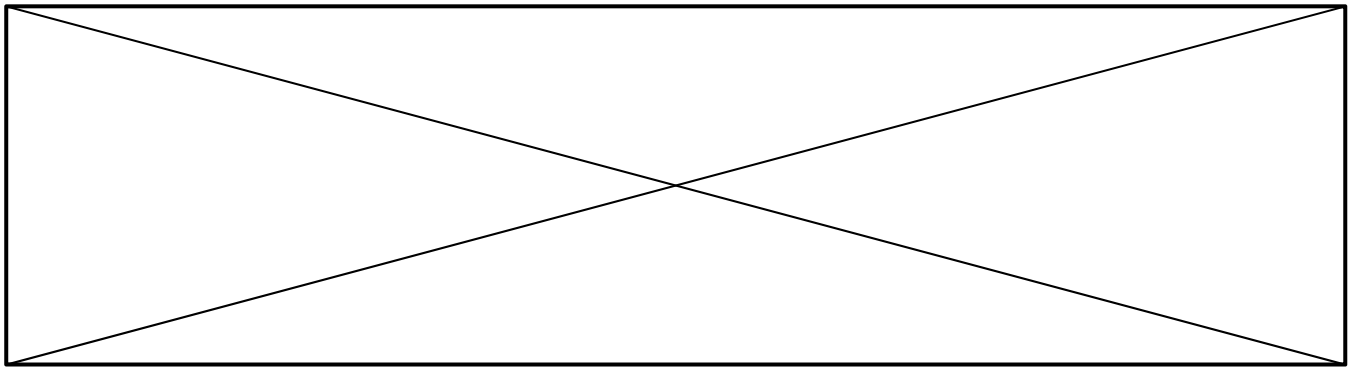
DOCUMENT-REPONSE 3

Question 29 :



$$MG_{dB} = \infty$$

$$MP^\circ = 76,5^\circ$$



DOCUMENT-REPONSE 4

Question 30 :

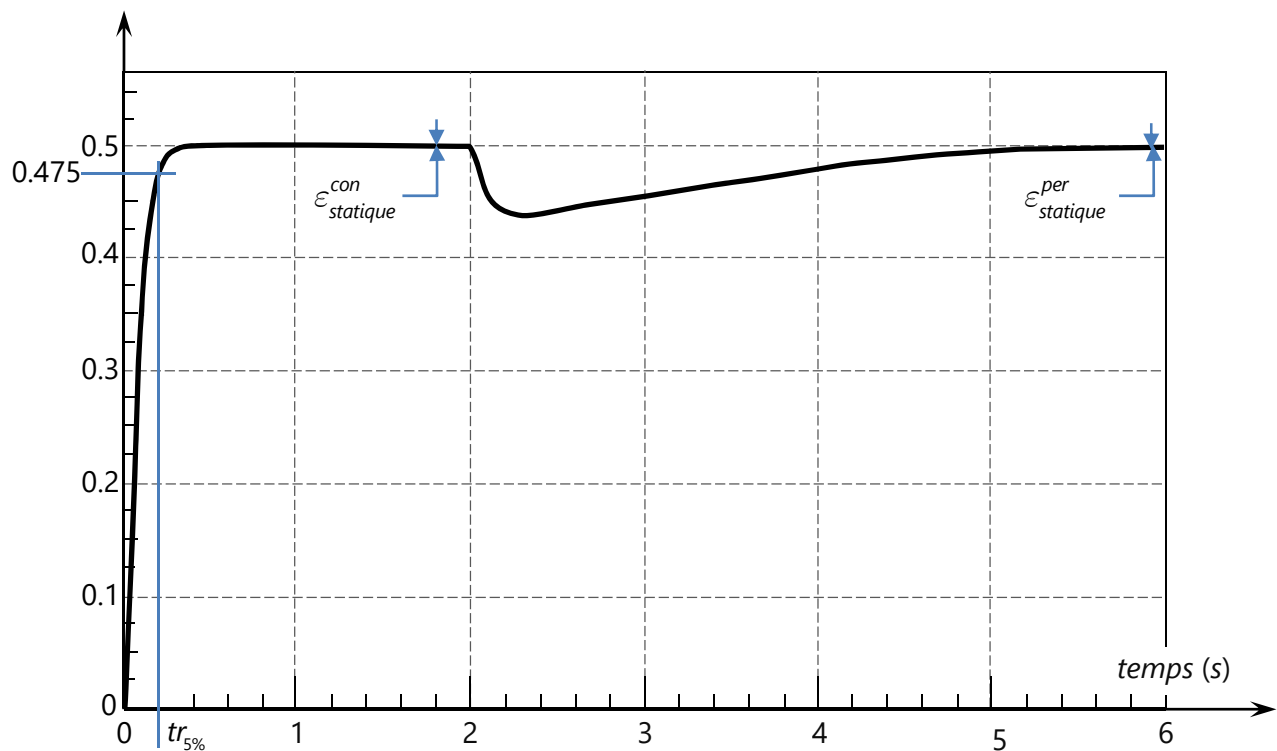


Figure R3 : Réponse du système à une consigne $z_c(t) = 0,5.h(t)$ et une perturbation $C_r(t) = 1,2.h(t - 2)$

$$\varepsilon_{statique}^{con} = 0.$$

$$\varepsilon_{statique}^{per} = 0.$$

$$tr_{5\%} = 0,2 \text{ s.}$$

$$D\% = 0.$$

Question 31 : Le cahier des charges est respecté.

Fin du corrigé.