

CONCOURS NATIONAL COMMUN

D'ADMISSION AUX GRANDES ECOLES D'INGENIEURS

MAROCAINES

SESSION : 2023

FILIERES : PSI

EPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGENIEUR

DUREE : 4 HEURES

AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISE
CALCULATRICES AUTORISEES

Le sujet s'étale sur 25 pages réparties comme suit :

- Une page de garde (la page 1).
- Le texte de l'épreuve : pages numérotées de 2 à 19.
- **Deux** documents annexes : pages numérotées 20 et 21.
- **Quatre** documents réponses repérés **DR1, DR2, DR3** et **DR4** : pages numérotées de 22 à 25. **(A RENDRE AVEC LA COPIE)**.

Le sujet se compose de plusieurs parties indépendantes pouvant être traitées indifféremment.

***Nota :** Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

PRESENTATION

Le système (*Active Drive*) appelé aussi : 4Control, permet de rendre les roues arrière d'un véhicule automobile directrices (4RD ou 4WS : quatre roues directrices). Cette technologie garantit plus de maniabilité (en ville notamment), plus de dynamisme et une plus grande précision de conduite.

Ce concept a déjà été commercialisé par des constructeurs japonais dans les années 80 et 90. Mais il fut abandonné car sa conception, principalement mécanique, limitait les adaptations aux différents véhicules.

Selon la vitesse du véhicule dans un virage, les roues arrière braquent soit dans le même sens que les roues avant afin de contrer la force centrifuge (**figure 1b**) , soient, dans le sens inverse de ces dernières(**figure 1a**) ; ceci lui permet d'être bien plus simple à garer en ville par exemple.

Selon les constructeurs et la technologie utilisée, le système peut aussi être utilisé pour stabiliser le véhicule lors du freinage d'urgence, dans ce cas les roues arrière braquent toutes les deux vers l'intérieur (**figure 1c**).

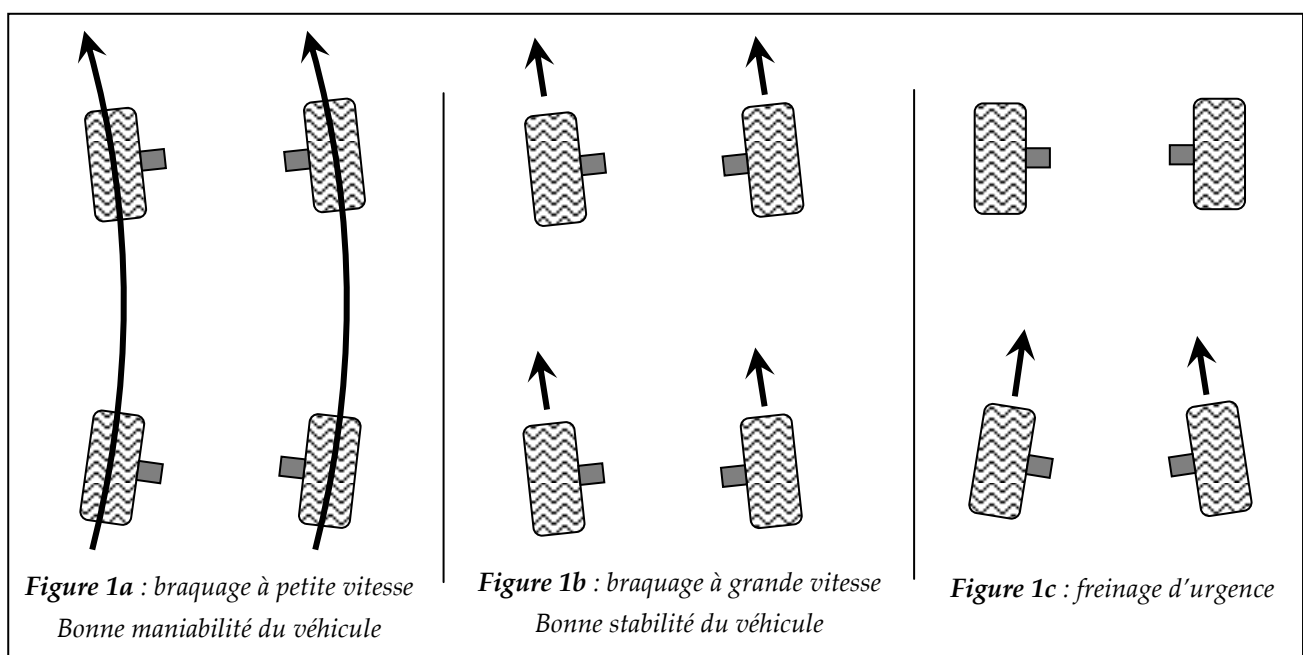


Figure 1 : Action du système (4Control) sur les roues arrière d'un véhicule

Renault a récemment développé une nouvelle technologie de ce système en utilisant les informations dynamiques du véhicule.

Les constructeurs d'automobiles utilisent les données fournies par l'ABS/ESP (*système antiblocage des roues/ correcteur électronique de trajectoire* (en anglais Electronic Stability Program)) pour adapter les paramètres en temps réel.

Le système 4Control utilise ainsi une mécatronique moderne intelligemment adaptée sur l'essieu arrière.

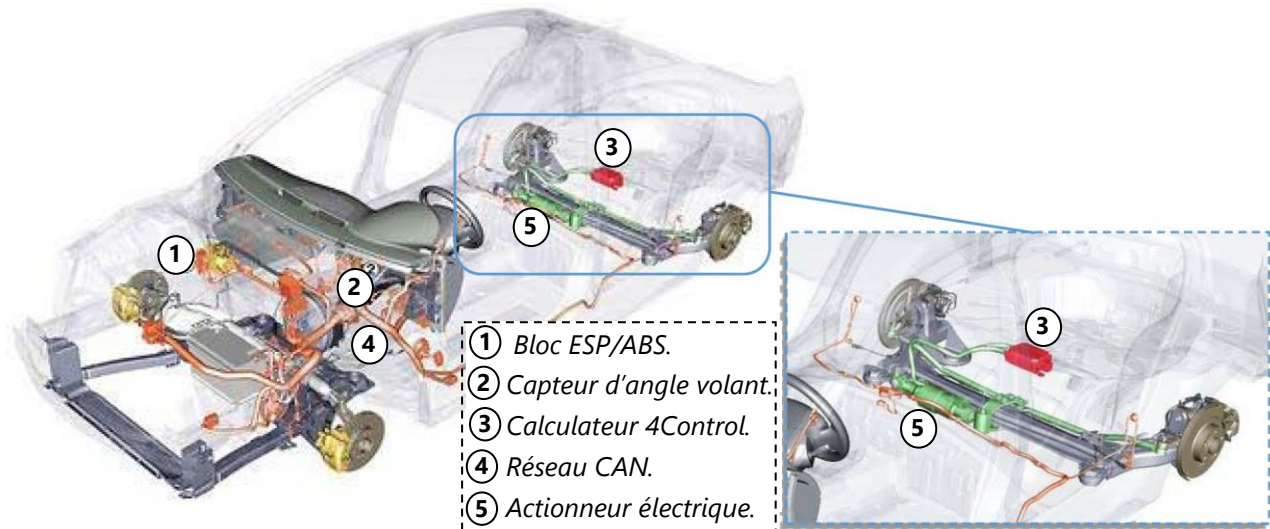


Figure 2 : Système 4Control (RENAULT)

Le système 4Control nécessite de nombreuses informations pour optimiser son fonctionnement et s'adapter aux différentes situations. La **figure 2** représente l'implantation de quelques éléments intervenants dans la gestion du système.

Le sujet s'intéresse à l'analyse et l'étude de quelques aspects technologiques du système.

Sur l'**Annexe 1** sont représentés les diagrammes de cas d'utilisation et des exigences du système étudié.

Sur l'**Annexe 2** on propose ; le diagramme des blocs internes et le schéma cinématique partiel de la solution technologique adoptée dans notre étude.

PARTIE 1- EXERCICE PRELIMINAIRE (Noté 4 points sur 20).

Question 1.1. Le système étudié est décrit par trois diagrammes SysML, citer deux autres types de diagrammes SysML utilisés dans l'ingénierie système.

Question 1.2. Parmi les trois diagrammes SysML présentés dans le sujet ; lequel permet-il de décrire le cahier des charges fonctionnelles.

Question 1.3. Quelles sont les exigences nécessaires qui permettront de réaliser l'exigence id.1.3 indiquée sur le diagramme des exigences de l'Annexe 1.

Question 1.4. (Répondre sur DR2) À partir du schéma cinématique du document Annexe 2, remplir le tableau du document réponse DR2 en indiquant pour chaque liaison, le torseur cinématique et le torseur d'action mécanique transmissible par les liaisons (considérées parfaites), On rappelle Les notations habituelles utilisées pour les torseurs :

$$\vartheta(i/j) = \underset{\text{point}}{\left\{ \begin{array}{c|c} \alpha_{ij} & \mathbf{u}_{ij} \\ \beta_{ij} & \mathbf{v}_{ij} \\ \gamma_{ij} & \mathbf{w}_{ij} \end{array} \right\}}_{\text{base}}$$

Torseur cinématique.

$$i \xrightarrow{L_{ij}} j = \underset{\text{point}}{\left\{ \begin{array}{c|c} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{array} \right\}}_{\text{base}}$$

Torseur d'action mécanique transmissible.

Question 1.5. (Répondre sur DR2) donner la liaison cinématiquement équivalente entre la roue (4) et le châssis (0), en indiquant les mouvements possibles.

On considère le schéma cinématique de la figure 3, ci-après :

- Le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ fixe est lié au bât (0).
- Le repère $R_1(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié à (1) en translation par rapport à (0) de direction $\vec{x}_0$ et on pose : $\overrightarrow{OA} = x.\vec{x}_0 + h.\vec{y}_0$ (x : variable).
- Le repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ est lié à (2) en liaison pivot (1), d'axe $(A, \vec{z}_0)$. On donne $\overrightarrow{AB} = L.\vec{x}_2$
- et $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$. (α : variable).

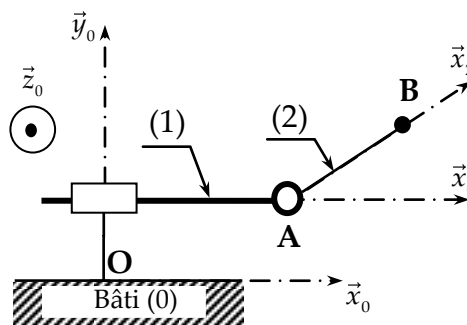


Figure 3 : Schéma cinématique partiel.

Question 1.6. Donner les vecteurs rotations : $\overrightarrow{\Omega(1/0)}$ et $\overrightarrow{\Omega(2/0)}$.

Question 1.7. Déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V(A/0)}$.

Question 1.8. Déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V(B/0)}$ par dérivation.

Question 1.9. Déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V(B/0)}$ par la relation des champs de moments.

Question 1.10. Ecrire les torseurs cinématiques de (1) et de (2) par rapport à (0) : $\{\vartheta(1/0)\}_A$ et $\{\vartheta(2/0)\}_B$.

Inertie de la roue :

On modélise la roue par un solide (S) de masse m , de centre d'inertie C , constitué d'un cylindre creux de rayons R_e et R_i percé de quatre trous débouchant identiques de rayons « r » réparties sur un rayon « $4r$ » comme le montre la **figure 4**.

Afin de faciliter les calculs on propose de considérer que la roue S est une plaque d'épaisseur négligeable, obtenue à partir d'un disque homogène S_1 de rayon R_e et de centre C , duquel on retranche le disque S_2 (de rayon R_i et de centre C) et les quatre disques S_3, S_4, S_5 et S_6 de rayons r et de centres d'inertie C_3, C_4, C_5 et C_6 respectivement comme indiqué sur la **figure 4**.

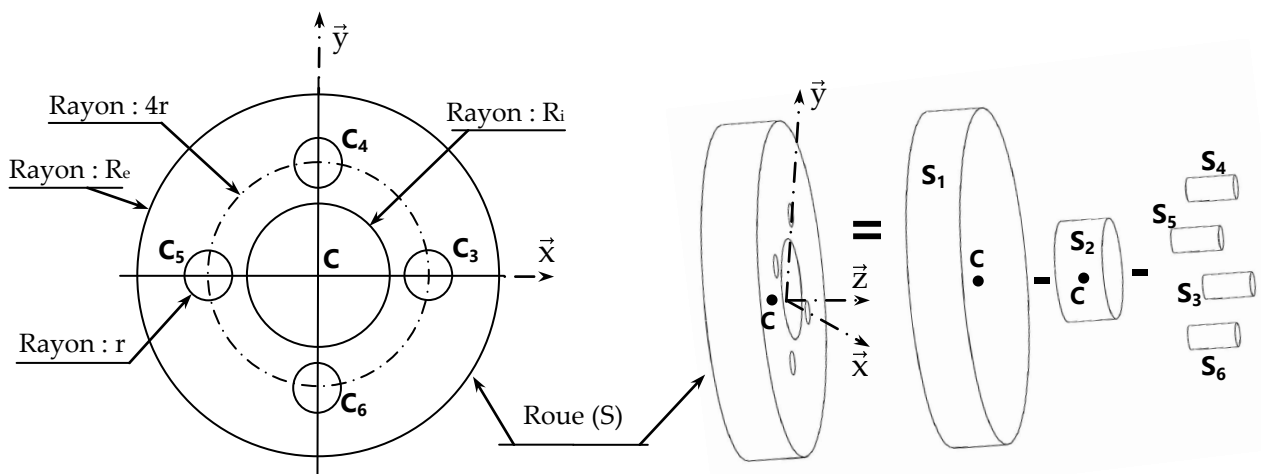


Figure 4 : modèle géométrique simplifié de la roue.

Question 1.11. Déterminer la masse surfacique notée (λ) du matériau de S en fonction de : m , R_e , R_i , r et h .

Question 1.12. Déduire m_1 , m_2 et m_3 : les masses des disques S_1 , S_2 et S_3 respectivement, en fonction de m , R_e , R_i et r .

Question 1.13. Donner l'expression de I_{2z} ; le moment d'inertie de S_2 par rapport à l'axe $(C, \vec{z})$.
(On donne $I_{1z} = m_1 \cdot \frac{R_e^2}{2}$ le moment d'inertie de S_1 par rapport à l'axe $(C, \vec{z})$).

Question 1.14. Déterminer I_{3z} ; le moment d'inertie de S_3 par rapport à l'axe $(C, \vec{z})$ en utilisant le théorème de Huygens.

Question 1.15. Déterminer I_z : moment d'inertie de S par rapport à l'axe $(C, \vec{z})$ en fonction de m , R_e , R_i et en vous aidant de la relation : $I_z = I_{1z} - I_{2z} - 4 \cdot I_{3z}$.

Fin de la partie préliminaire.

PARTIE 2: ANALYSE DU COMPORTEMENT EN BRAQUAGE:

Question 2.1. *Sur le document réponse DR1, et à partir du diagramme « ibd » du document Annexe 2, compléter les chaînes fonctionnelles d'informations et de puissance du système 4Control décrit.*

Question 2.2. *La solution présentée sur le schéma cinématique de l'Annexe 2 permet-elle de réaliser les trois fonctionnalités décrite par les figures 1a, 1b et 1c (pages 2/25).*

Question 2.3. Le constructeur indique que les roues avant et arrière doivent :

- braquer dans des sens opposés pour des vitesses du véhicule inférieures à 60 km/h
- braquer dans le même sens pour des vitesses du véhicule supérieures à 60 Km/h.

Sur le document réponse DR2 est représentée la courbe de vitesse d'un véhicule dans un virage en fonction du temps et le sens de braquage des roues avant.

Compléter sur ce document réponse **DR2** le chronogramme des sens de braquage des roues arrière du véhicule considéré.

—

PARTIE 3: CHOIX DE L'ACTIONNEUR :

Le braquage des roues arrière ne résulte pas directement de la décision du conducteur au volant. IL est décidé par le calculateur qui commande les actionneurs de braquage. La solution choisie dans cette étude est d'actionner les roues arrière par un vérin électrique. Ce vérin braque la roue par l'intermédiaire d'un système mécanique dont le schéma cinématique simplifié est représenté sur la **figure 5**.

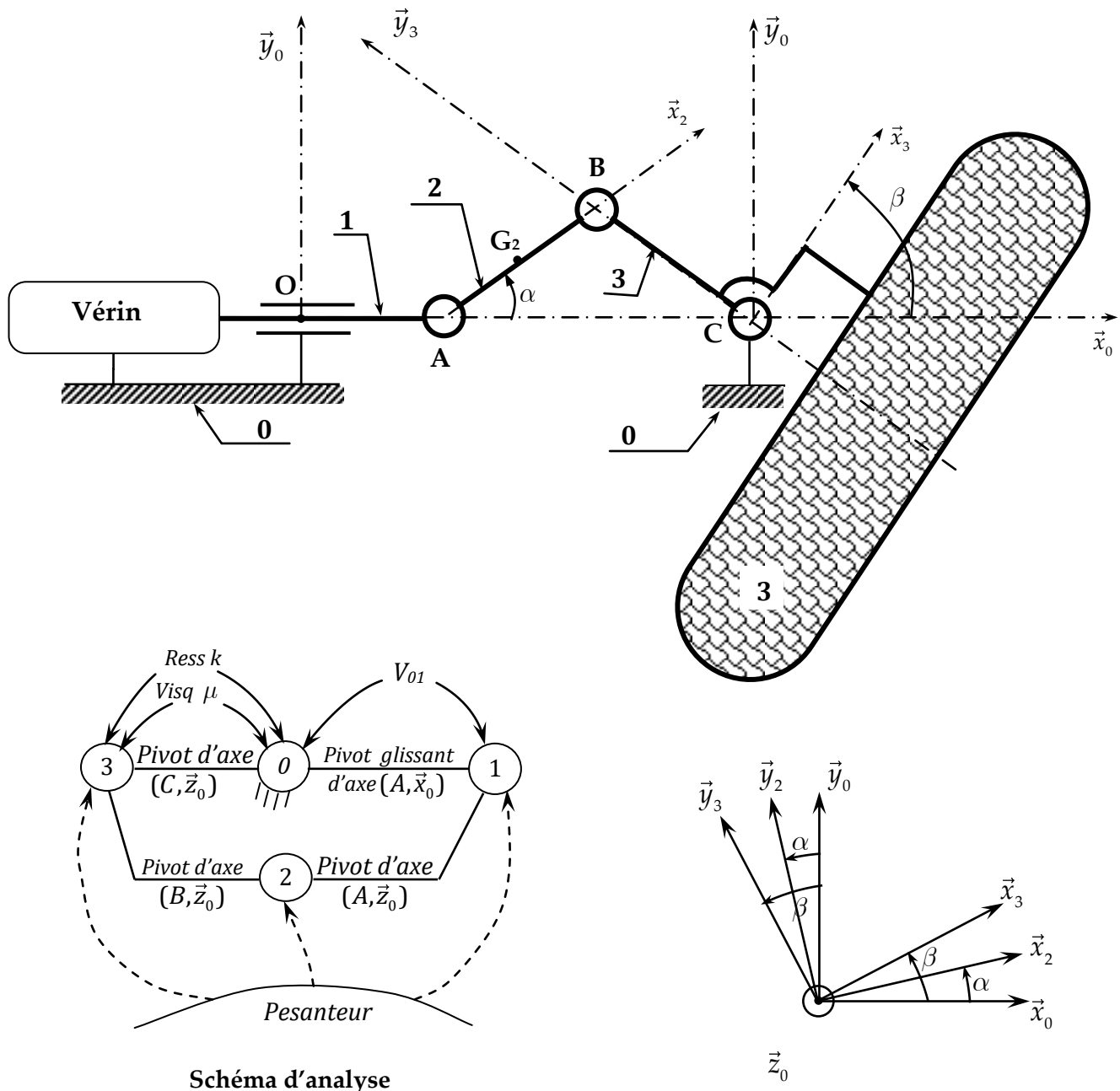


Figure 5

Le châssis du véhicule S_0 : (fixe), repère associé: $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ (supposé galiléen). Le champ de pesanteur est représenté par $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$. On pose: $\vec{OC} = e \cdot \vec{x}_0$ (e : constante positive).

La tige (1) du vérin : masse m_1 , en translation (liaison parfaite) par rapport à (0) de direction $\vec{x}_0$ et on pose : $\overrightarrow{OA} = x.\vec{x}_0$.

Le vérin V_{01} monté entre (0) et (1) exerce sur (1) une force $F.\vec{x}_0$ appliquée au point A.

La biellette (2) : de masse m_2 , en liaison pivot parfaite avec (1), d'axe $(A, \vec{z}_0)$. On pose $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$ et G_2 est le centre d'inertie de (2) tel que : $\overrightarrow{AB} = 2.\overrightarrow{AG_2} = a.\vec{x}_2$.

Le repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ est lié à la biellette (2).

On pose J_2 le moment d'inertie de la biellette (2) par rapport à l'axe $(G_2, \vec{z}_0)$.

L'ensemble (roue + porte fusée) (3) : de masse m_3 , de centre d'inertie supposé en C.

(3) est en liaison pivot d'axe $(C, \vec{z}_0)$ avec (0) et en liaison pivot parfaite d'axe $(B, \vec{z}_0)$ avec (2).

On pose $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$ et $\overrightarrow{CB} = b.\vec{y}_3$.

Le repère $R_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ est lié à (3).

On pose J_3 le moment d'inertie de (3) par rapport à l'axe $(C, \vec{z}_0)$.

Pour des raisons de sécurité, un ressort de torsion logé dans la liaison entre (0) et (3) permet de rappeler l'ensemble (3) à la position $(\beta = 0)$; ce ressort est de raideur k et il exerce sur (3) un couple porté par $(\vec{z}_0)$.

Toutes les actions de frottement exercées sur la roue sont modélisées par un frottement visqueux ramené sur l'axe de la liaison entre (0) et (3) exerçant sur (3) un couple : $-\mu.\dot{\beta}.\vec{z}_0$ où μ est le coefficient de frottement visqueux.

Question 3.1. En utilisant la fermeture géométrique, déterminer les deux relations liant les trois paramètres du système α, β et x . (projeter sur la base fixe)

Question 3.2. En déduire l'expression de α en fonction de β , et l'expression de x en fonction de β .

Question 3.3. Déterminer $T(2 / R_0)$: l'Energie cinétique galiléenne de la biellette (2).

Question 3.4. Déterminer $T(E / R_0)$: l'Energie cinétique galiléenne du système (E) constitué des solides (1), (2) et (3).

Question 3.5. Déterminer $P(\bar{E} \rightarrow E / R_0)$: les puissances des actions mécaniques extérieures de l'ensemble (E) par rapport au repère R_0 .

Question 3.6. Déterminer $P(int E)$: les puissances des actions mécaniques intérieures de l'ensemble (E).

Question 3.7. Par application du théorème de l'énergie cinétique au système (E), donner l'expression de l'effort F du vérin en fonction des données.

Un programme informatique permet de déterminer l'effort F en fonction de l'angle de pivotement β de la roue selon une loi en trapèze de $\dot{\beta}$ imposée.

PARTIE 4 : INFLUENCE DU MOUVEMENT DES ROUES.

L'objectif de cette partie est de vérifier l'influence de la double rotation des roues du véhicule sur le confort du conducteur et sur la stabilité du véhicule.

En effet le mouvement des roues, qui tournent déjà par l'action du moteur, peut engendrer des actions mécaniques supplémentaires lors du braquage. Et on désire analyser l'influence de ces actions mécaniques sur la stabilité mécanique du véhicule.

Pour montrer uniquement cet aspect du mouvement de la roue, on propose de considérer un prototype simplifié composé d'une seule roue en rotation montée sur un double bras tournant.

Le schéma de la **figure 6** montre la modélisation adoptée.

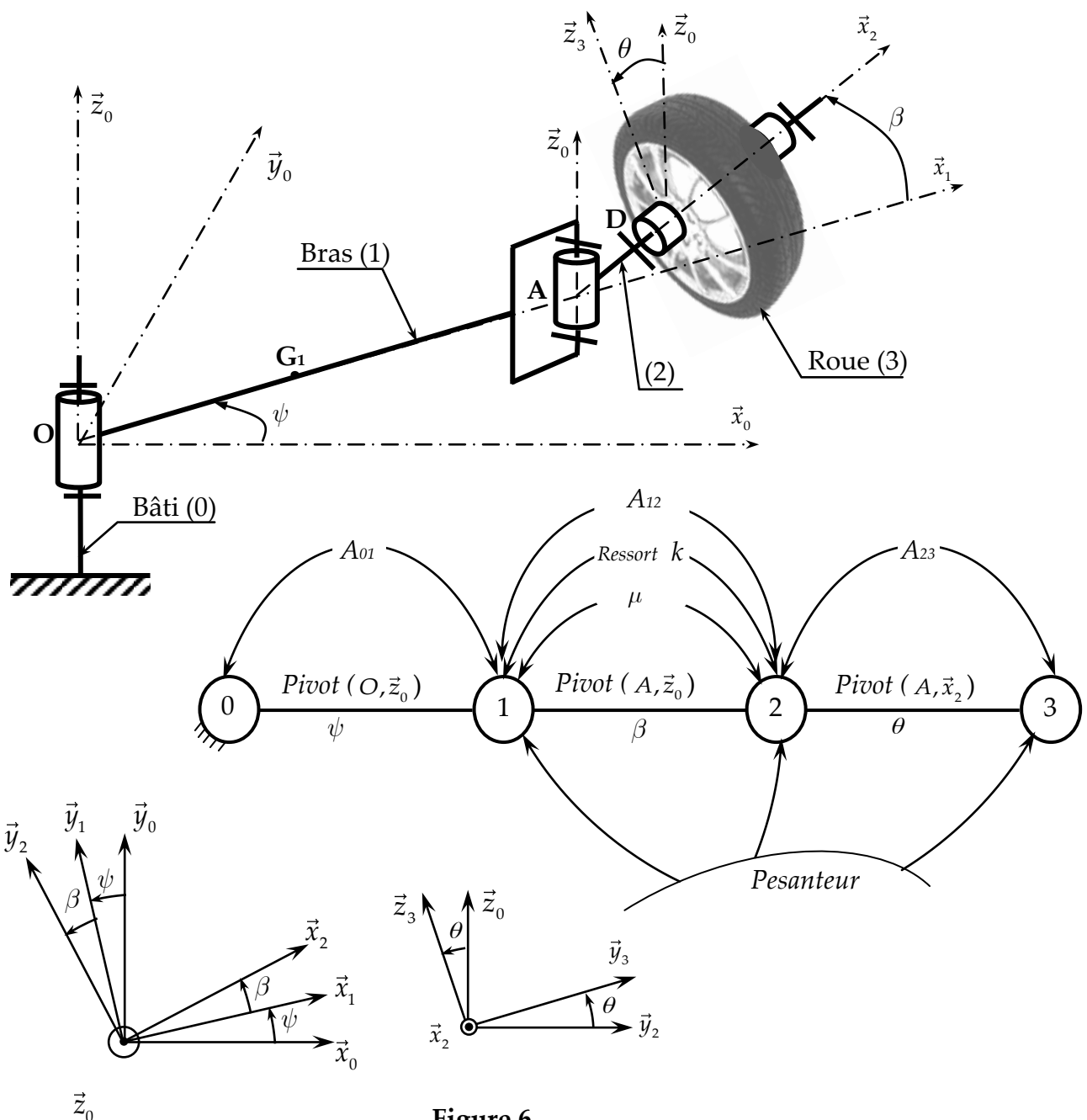


Figure 6

Le bâti (0) : (fixe), repère associé : $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ (supposé galiléen). L'accélération de pesanteur est représentée par $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$ ($\vec{z}_0$ verticale) .

Le bras (1): de masse m_1 , en liaison pivot parfaite d'axe $(O, \vec{z}_0)$ par rapport à (0).

On pose $\vec{x}_0, \vec{x}_1 = \vec{y}_0, \vec{y}_1 = \psi$, $\overrightarrow{OG_1} = l \cdot \vec{x}_1$, $\overrightarrow{OA} = d \cdot \vec{x}_1$

Un actionneur A_{01} est monté entre (0) et (1) exerçant sur (1) un couple $C_{01} \cdot \vec{z}_0$.

Le bras (2): masse et inerties supposées négligeables, en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$ avec (1).

On pose $\vec{x}_1, \vec{x}_2 = \vec{y}_1, \vec{y}_2 = \beta$ et $\overrightarrow{AD} = b \cdot \vec{x}_2$.

Un actionneur A_{12} est monté entre (1) et (2) exerçant sur (2) un couple $C_{12} \cdot \vec{z}_0$.

Un ressort de torsion logé dans la liaison entre (1) et (2) permet de rappeler le bras (2) à la position ($\beta = 0$) ; ce ressort est de raideur k et il exerce sur (2) un couple porté par ($\vec{z}_0$) .

Le frottement visqueux de coefficient μ dans la liaison entre (1) et (2) est modélisé par un couple $-\mu \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0$ exercé sur (2).

La roue (3): de masse m_3 , de centre d'inertie D, en liaison pivot parfaite d'axe $(A, \vec{x}_2)$ par rapport à (2).

On pose $\vec{z}_0, \vec{z}_3 = \vec{y}_2, \vec{y}_3 = \theta$. et $\overrightarrow{AD} = b \cdot \vec{x}_2$.

Un actionneur A_{23} est monté entre (2) et (3) exerçant sur (3) un couple $C_m \cdot \vec{x}_2$.

La matrice d'inertie de 3 au centre D est : $\overline{I}_{D,3} = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, -, -)}$

Question 4.1. Déterminer l'expression de la vitesse $\overrightarrow{V(D/R_0)}$ du point D par rapport au repère R_0 .

Question 4.2. Déterminer l'expression de l'accélération $\overrightarrow{\Gamma(D/R_0)}$ du point D par rapport à R_0 .

Question 4.3. Déterminer l'expression du moment cinétique $\overrightarrow{\sigma(A,3/R_0)}$ au point A, du solide (3) dans son mouvement par rapport à R_0 .

Question 4.4. Déterminer $\vec{y}_2 \cdot \overrightarrow{\delta(A, \Sigma_1/R_0)}$: la projection sur $\vec{y}_2$ du moment dynamique de l'ensemble $\Sigma_1 = (2, 3)$ au point A, dans son mouvement par rapport à R_0 .

Question 4.5. Isoler L'ensemble $\Sigma = (1, 2, 3)$ et écrire l'équation du théorème du moment dynamique TMD au point O en projection sur $\vec{z}_0$.(seuls les termes des actions mécaniques seront développés).

Question 4.6. Isoler L'ensemble $\Sigma_1 = (2, 3)$ et écrire l'équation du théorème du moment dynamique TMD au point A en projection sur $\vec{z}_0$.(seuls les termes des actions mécaniques seront développés).

Question 4.7. Isoler l'ensemble $\Sigma_1 = (2, 3)$ et écrire l'équation du théorème du moment dynamique TMD au point A en projection sur $\vec{y}_2$, en déduire l'expression de M_{12} : la composante suivant $\vec{y}_2$ du moment de l'action mécanique de la liaison entre (1) et (2)

Question 4.8. La composante M_{12} du moment de l'action mécanique de la liaison entre (1) et (2), tend à basculer la roue (3) autour de l'axe $(A, \vec{y}_2)$. Quel est l'effet que produit la variation de $\dot{\beta}$ (vitesse de braquage) sur le véhicule, puis donner l'expression de $\dot{\beta}$ qui permet d'annuler le moment M_{12} .

Pour les grandes vitesses, le calculateur du système Active drive permet de braquer les roues arrière dans le même sens que les roues avant ; à une vitesse qui permet de diminuer le risque de basculement et en tenant compte de la vitesse de rotation de lacet du véhicule « $\dot{\psi}$ ».

PARTIE 5 : VERIN ELECTRIQUE.

Le vérin électrique proposé dans notre étude est composé d'un moteur électrique et d'un réducteur à train d'engrenage épicycloïdal et d'un système vis-écrou.

L'ensemble vérin est représenté sur le schéma cinématique de la **figure 7**.

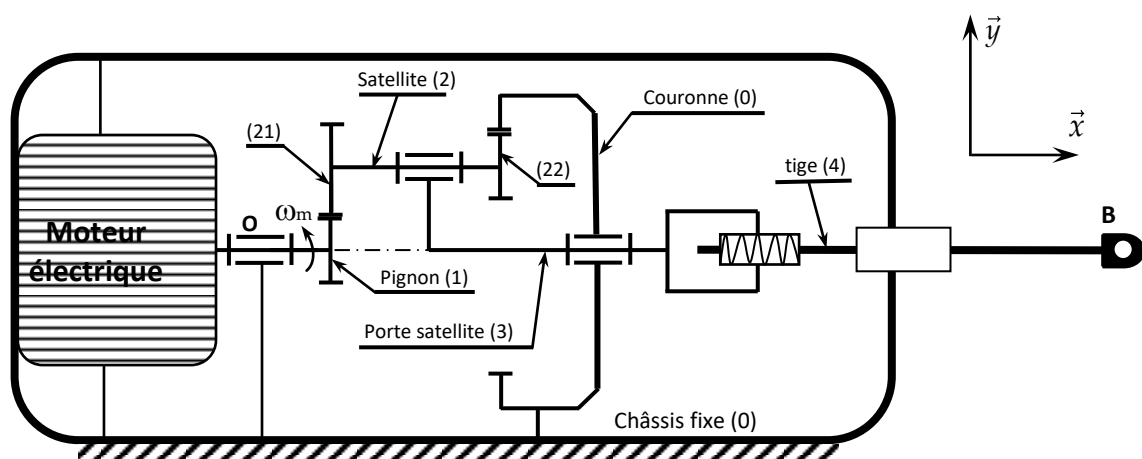


Figure 7 : schéma cinématique du vérin

Données :

- le châssis (0) est supposé fixe et galiléen, repère lié $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:
- Arbre et pignon moteur (1) : vitesse de rotation par rapport à (0) : $\omega_1 = \omega_m$ et J_m : son moment d'inertie par rapport à son axe $(O, \vec{x})$. On note $C_m \cdot \vec{x}$: le couple moteur sur (1).
- Satellite (2) : J_2 est son moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre moteur.
- Porte satellite (3) : J_3 est son moment d'inertie par rapport à l'axe $(O, \vec{x})$ et ω_3 sa vitesse de rotation par rapport à (0).

- Vis (4) : d'hélice à droite de pas $q = 2\text{mm}$ et de masse m . On note $\overrightarrow{V(B/R)} = \dot{x} \cdot \vec{x}$ le vecteur vitesse du point B de la vis (4) par rapport à (0) où x représente le paramètre de translation de la vis. Une force résistante est appliquée au point B sur (4) : $\vec{F} = -F \cdot \vec{x}$.
- On note Z_1, Z_{21}, Z_{22}, Z_0 , les nombres de dents, respectivement, du pignon (1), du pignon (21), du pignon (22) et de la couronne liée à (0)
- Le rendement total de la transmission mécanique est noté : η

Question 5.1. Donner la relation entre $\dot{x}$ et ω_3 .

Question 5.2. En utilisation la contrainte de montage du réducteur épicycloïdale, déterminer Z_{22} en fonction de Z_1, Z_{21} et Z_0 .

Question 5.3. Par application de la formule de Willis, déterminer le rapport: $k_1 = \frac{\omega_3}{\omega_1}$.

Question 5.4. Dédire de ce qui précède le rapport : $k = \frac{\omega_m}{\dot{x}}$.

Question 5.5. Déterminer l'énergie cinétique galiléenne $T(E/0)$ de l'ensemble E constitué des pièces (1,2,3,4). En déduire le moment d'inertie équivalent J_e de l'ensemble E ramené sur l'axe moteur.

Question 5.6. Déterminer l'expression de la puissance perdue dans la transmission, en fonction C_m, ω_m et η .

Question 5.7. Ecrire le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble E , (on donne les puissances intérieures $P_{int} = C_m \cdot \omega_m (\eta - 1)$). En déduire l'expression du couple moteur C_m en fonction de : η , J_e , $\dot{\omega}_m$, F et k .

PARTIE 6: ASSERVISSEMENT DE L'ANGLE DE BRAQUAGE :

Dans cette partie on s'intéresse à l'asservissement de l'angle de braquage de la roue arrière du véhicule.

Le calculateur 4Control utilise principalement les informations suivantes :

- La vitesse du véhicule de référence ;
- L'angle du volant ;
- Le sens de roulage.

L'étude de la dynamique des véhicules à quarts roues directrices dans un virage nécessite des calculs assez longs et dont plusieurs paramètres entrent en jeu, notamment la vitesse de rotation de lacet, l'angle de dérive du véhicule et la vitesse et l'accélération latérale du véhicule ...

Pour des raisons de simplification notre étude concernera un prototype de véhicule d'essai en se limitant à des conditions particulières de roulage.

La **figure 8** montre la représentation fonctionnelle simplifiée de l'asservissement de position de l'angle de braquage $\beta(t)$.

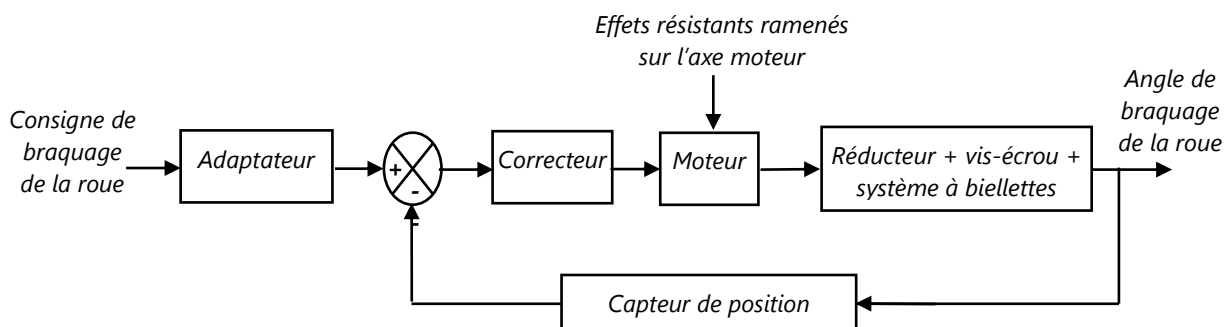


Figure 8 : Schéma fonctionnel de l'asservissement de l'angle de braquage.

La consigne $\beta_c(t)$ est générée par le calculateur du système et l'actionneur braque les roues à travers la transmission mécanique.

Les qualités désirées par le cahier des charges sont indiquées dans le tableau (**figure 9**) suivant :

Rapidité	Temps de réponse à 5% : $t_{5\%} \leq 0,2s$
Dépassement de la consigne	$\leq 3\%$
Précision	Ecart statique nulle
Stabilité	Marge de phase : 60° au moins

Figure 9 : Extrait du cahier des charges.

On donne les relations suivantes :

- La vitesse de déplacement de la tige du vérin $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ avec $x(t)$: le paramètre de déplacement de la tige du vérin.
- Le rapport de transmission de l'ensemble réducteur et système vis-écrou : $\frac{v(t)}{\omega_m(t)} = q.n$ où (q) est le pas réduit de la vis et « n », le rapport des vitesses du réducteur.
- La fonction de transfert du capteur est un gain pur et égale à K_{capt} (constante positive).
- La fonction de transfert de l'adaptateur de consigne est un gain pur et égal à K_a (constante positive).
- On admet la relation de linéarité entre le déplacement de la tige et l'angle de braquage $\beta(t)$ de la roue : $x(t) = a.\beta(t)$ avec (a) : constante positive).

Pour toute fonction $f(t)$ on pose $F(P)$ sa transformée de Laplace et toutes les conditions initiales des valeurs temporelles sont supposées nulles .

On notera $h(t)$ la fonction de Heaviside (= 1 pur $t > 0$ et =0 sinon).

La modélisation adoptée abouti au schéma de la **figure 10**.

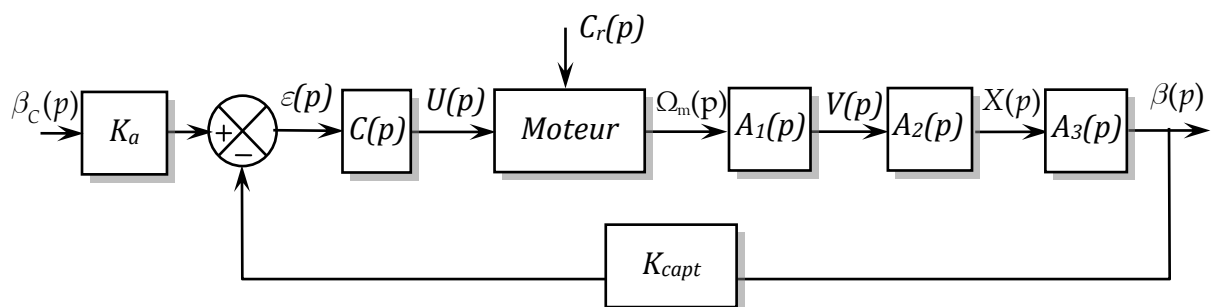


Figure 10 : Modélisation retenue pour l'asservissement de $\beta(t)$

Question 6.1. Proposer deux types de capteurs de position qu'on pourrait utiliser dans la chaîne de retour.

Question 6.2. Donner les fonctions de transferts $A_1(p)$, $A_2(p)$ et $A_3(p)$ indiquées sur le schéma de la figure 10.

Question 6.3. Déterminer la valeur de K_a à adopter pour l'asservissement afin d'avoir un écart nul lorsque la réponse atteint la consigne.

Modélisation du moteur à courant continu :

On donne, ci-après, les équations temporelles régissant le fonctionnement du moteur.

$u(t) = e(t) + R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt}$ $C_m(t) = k_i.i(t)$ $e(t) = k_e.\omega_m(t)$ $C_m(t) - C_r(t) = J_e.\frac{d\omega_m(t)}{dt}$	R : résistance de l'induit. L : inductance de l'induit. $u(t)$: tension d'alimentation. $i(t)$: courant moteur. $\omega_m(t)$: vitesse de rotation du moteur. $C_m(t)$: couple moteur.	$C_r(t)$: couple résistant. $e(t)$: force contre électromotrice k_e : constante de force contre électromotrice. k_i : constante de couple J_e : moment d'inertie ramenée sur l'axe moteur.
--	---	--

On représente sur la **figure 11**, le moteur par un schéma fonctionnel.

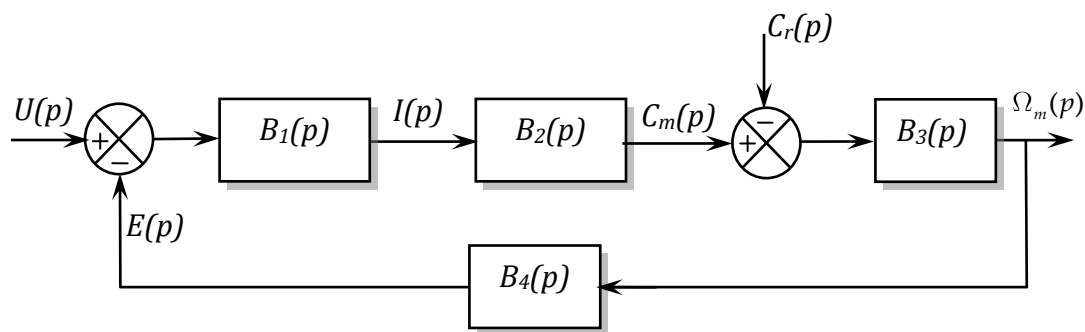


Figure 11 : schéma fonctionnel du moteur

Question 6.4. Ecrire les équations du moteur dans le domaine de Laplace, en considérant les conditions initiales nulles, puis donner les expressions des fonctions de transfert $B_1(p)$, $B_2(p)$, $B_3(p)$ et $B_4(p)$.

Question 6.5. On pose $\Omega_m(p) = H_u(p).U(p) - H_c(p).C_r(p)$, déterminer les expressions des fonctions de transferts $H_u(p)$ et $H_c(p)$ en fonction de $B_1(p)$, $B_2(p)$, $B_3(p)$ et $B_4(p)$.

Question 6.6. Ecrire les expressions de $H_u(p)$ et $H_c(p)$ en fonction des données du moteur, puis les mettre sous formes canoniques en indiquant, pour chacune d'elle, l'ordre, la classe et le gain statique.

Question 6.7. Sur la **figure 12**, on donne la réponse indicielle à un échelon de $u(t)=12$. $h(t)$ (Volts) de la fonction $H_u(p)$ en considérant la perturbation $C_r(t)=0$. Commenter l'allure de cette courbe en posant une hypothèse simplificatrice permettant d'identifier $H_u(p)$ en une fonction de premier ordre, puis en déduire son gain statique et sa constante de temps.

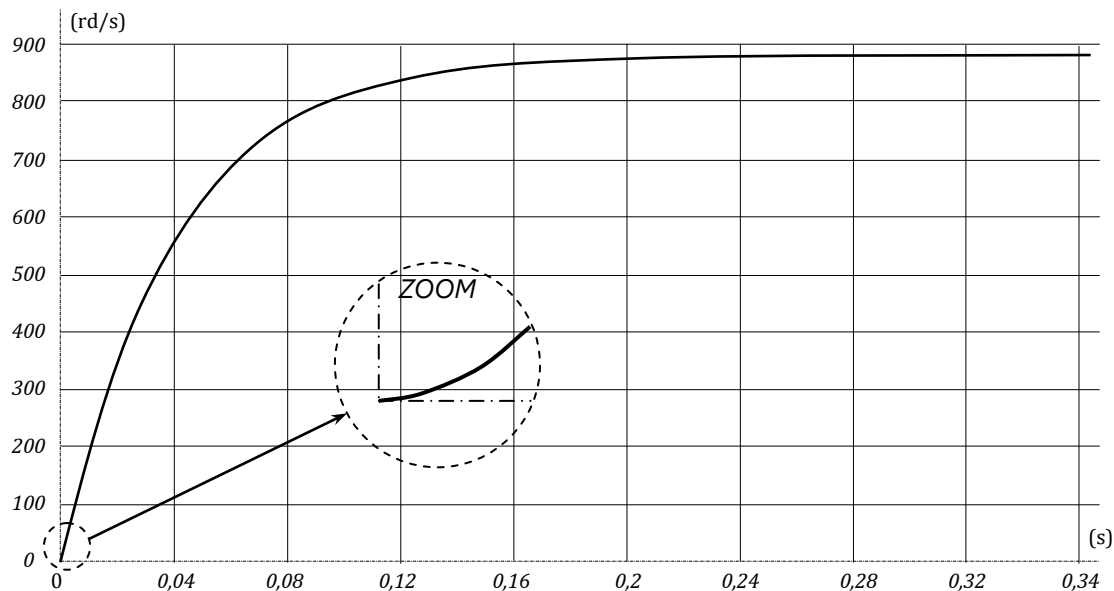


Figure 12.

Pour la suite on négligera l'inductance du moteur et on transforme le schéma de l'asservissement global en chaîne bouclée à retour unitaire représenté sur la figure 13.

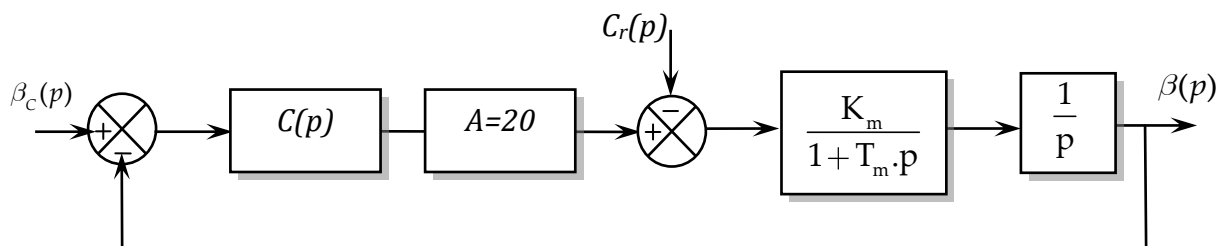


Figure 13 : schéma fonctionnel à retour unitaire

On donne: $A=20$, $K_m = 0,2 \text{ (rd.s}^{-1}\text{N}^{-1}\text{m}^{-1}\text{)}$ et $T_m = 4.10^{-2} \text{ (s)}$. Pour $C(p)$: voir la suite.

On considère un correcteur proportionnel $C(p)=K_p$

Question 6.8. En posant $\beta(p)=H_1(p)$, $\beta_c(p) - H_2(p).C_r(p)$, écrire, en fonction de K_p , les expressions de $H_1(p)$ et $H_2(p)$ puis les mettre sous formes canoniques et donner pour $H_1(p)$ la pulsation propre ω_n et le facteur d'amortissement z en fonction de K_p .

Question 6.9. Donner sans calcul l'écart statique du à la consigne $\beta_c(t)$ pour une entrée échelon de valeur β_0 en justifiant votre réponse.

Question 6.10. Déterminer l'expression (en fonction de K_p) de l'écart en régime permanent ε_∞ pour $\beta_c(t) = \beta_0. h(t)$ et $C_r(t)=C_0. h(t)$ (β_0 et C_0 sont des constantes).

Question 6.11. En posant $C_r(t)=0$, déterminer la valeur de K_p pour avoir une réponse la plus rapide à une entrée échelon de consigne $\beta_c(t)=\beta_0 \cdot h(t)$. En déduire $t_{5\%}$ le temps de réponse à 5%. (Utiliser la relation : $\omega_n \cdot t_{5\%} = 3$ valable uniquement pour cette question).

Question 6.12. Donner la FTBO= $G_1(p)$ en laissant apparaître K_p .

On donne sur la **figure14**, les diagrammes de Bode de $G_1(p)$ pour $K_p=1$,

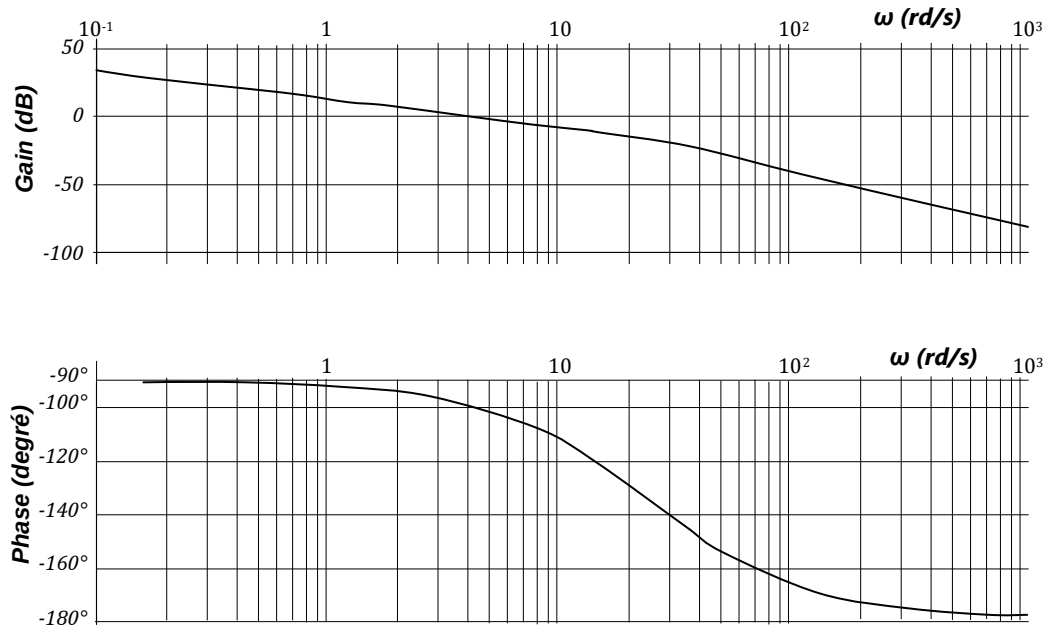


Figure14 : Diagrammes de Bode de $G_1(p)$ pour $K_p=1$

Question 6.13. Relever sur ces diagrammes (figure 14), la marge de phase et la marge de gain et déterminer graphiquement K_{p60} : la valeur maximum de K_p qui permet d'avoir une marge de phase de 60 degré pour le système.

Question 6.14. La correction proportionnelle permet-elle de satisfaire le cahier des charges de la figure 9.

On considère maintenant le correcteur proportionnel intégral $C(p)=K_c \frac{1+T_c \cdot p}{T_c \cdot p}$

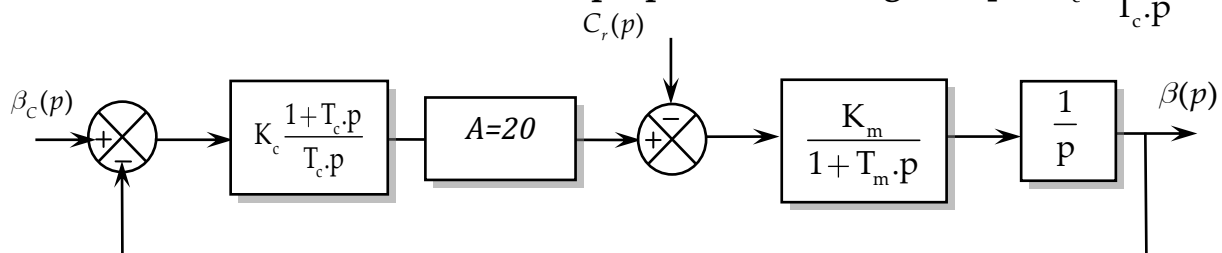


Figure 15.

On donne $T_c = 0.56s$, $K_m = 0,2 \text{ (rd.s}^{-1}\text{N}^{-1}\text{m}^{-1}\text{)}$ et $T_m = 4.10^{-2}(s)$.

Question 6.15. Donner $G_2(p)$: la fonction de transfert en boucle ouverte du système de la figure 15, en laissant apparaître K_c .

Question 6.16. Donner (ε_∞) l'écart en régime permanent en justifiant votre réponse (avec $\beta_c(t) = \beta_0 \cdot h(t)$ et $Cr(t) = C_0 \cdot h(t)$, β_0 et C_0 : des constantes).

Question 6.17. Tracer sur le document réponse DR3, les diagrammes asymptotiques de Bode de $G_2(p)$ pour $K_c = 1$, tracer ensuite les allures des courbes réelles.

Question 6.18. Déterminer K_{c60} : la plus grande valeur de K_c qui permet d'avoir une marge de phase égale à 60 degré.

Question 6.19. On donne sur la figure 16 ; la réponse indicielle tracée avec la valeur de K_c déterminée à la question précédente. En déduire $Tr_{5\%}$ et $d\%$: le temps de réponse à 5 % et la valeur du 1^{er} dépassement en %.

Question 6.20. Ce réglage du correcteur respecte-t-il le cahier des charges ?

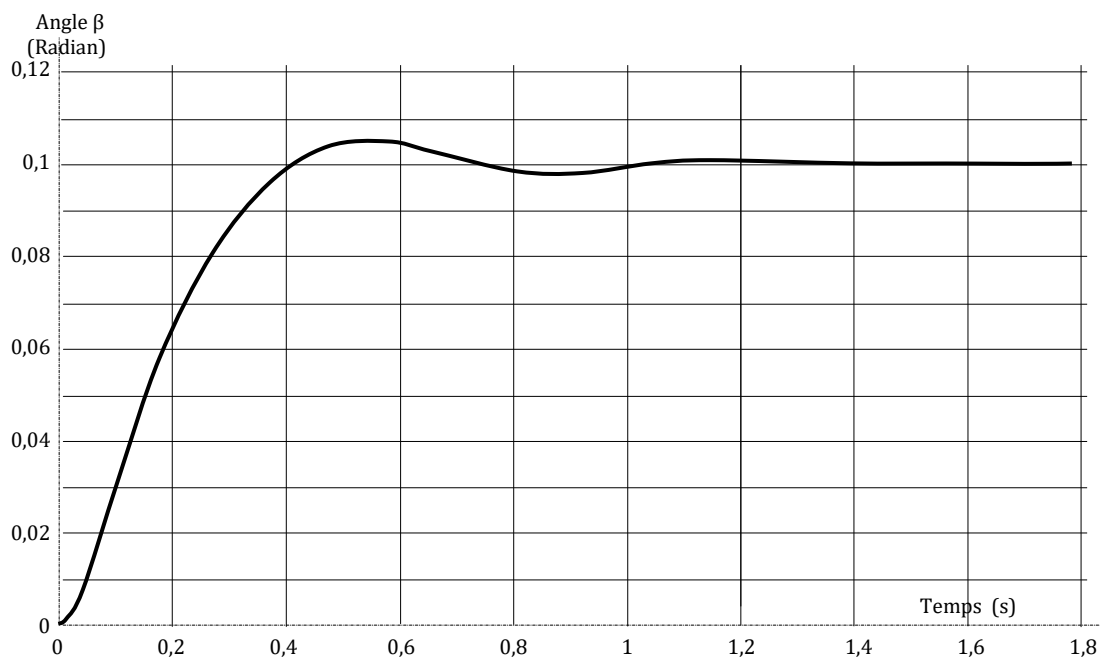


Figure 16 : Réponse indicielle pour la valeur de K_c déterminée à la question 6-18.

On pose maintenant : $C(p) = K_c \frac{1 + T_c \cdot p}{T_c \cdot p}$ avec $T_c = 7.8s$ et $K_c = 2,6$

Question 6.21. Sur le document réponse DR4 sont donnés : la réponse indicielle du système corrigée par ce dernier correcteur (figure 17) et les diagrammes de Bode de la FTBO du système ainsi corrigé (figure 18).

A partir de ces courbes et sur le document réponse DR4 :

- Donner le temps de réponse à 5% du système corrigé.
- Donner la valeur du 1^{er} dépassement en %.
- Déterminer la marge de phase en faisant apparaître son tracé sur la courbe.
- Donner l'écart en régime permanent.
- Conclure quant au respect du cahier des charges.

FIN DE L'ENONCE

DOCUMENT ANNEXE 1

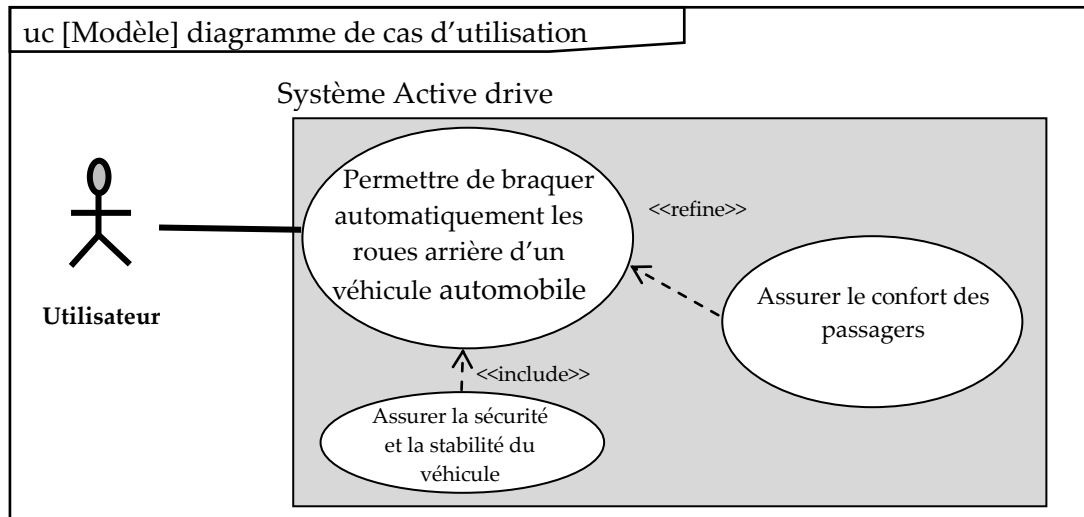


Diagramme de cas d'utilisation.

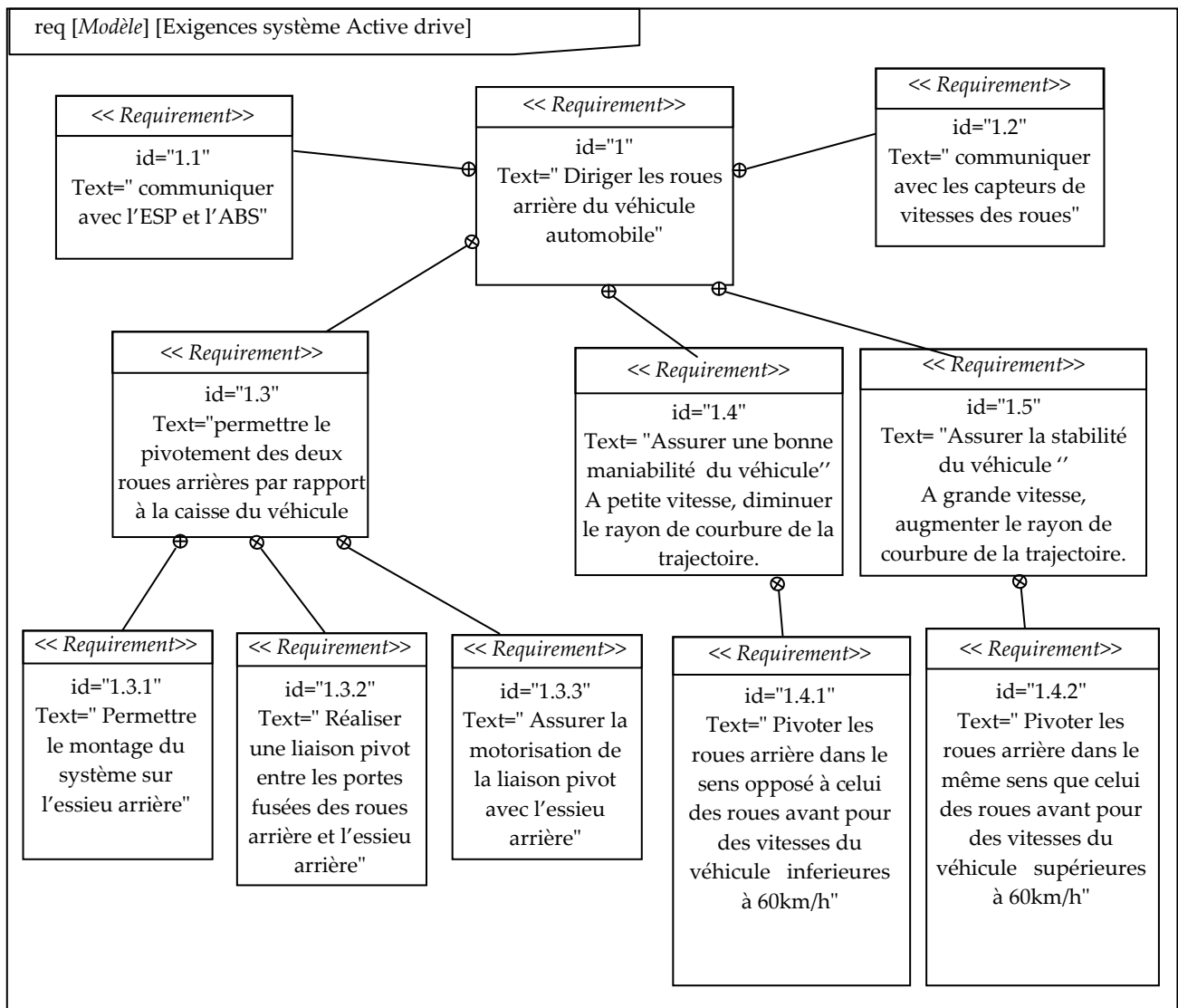


Diagramme des exigences du système 4Control

DOCUMENT ANNEXE 2

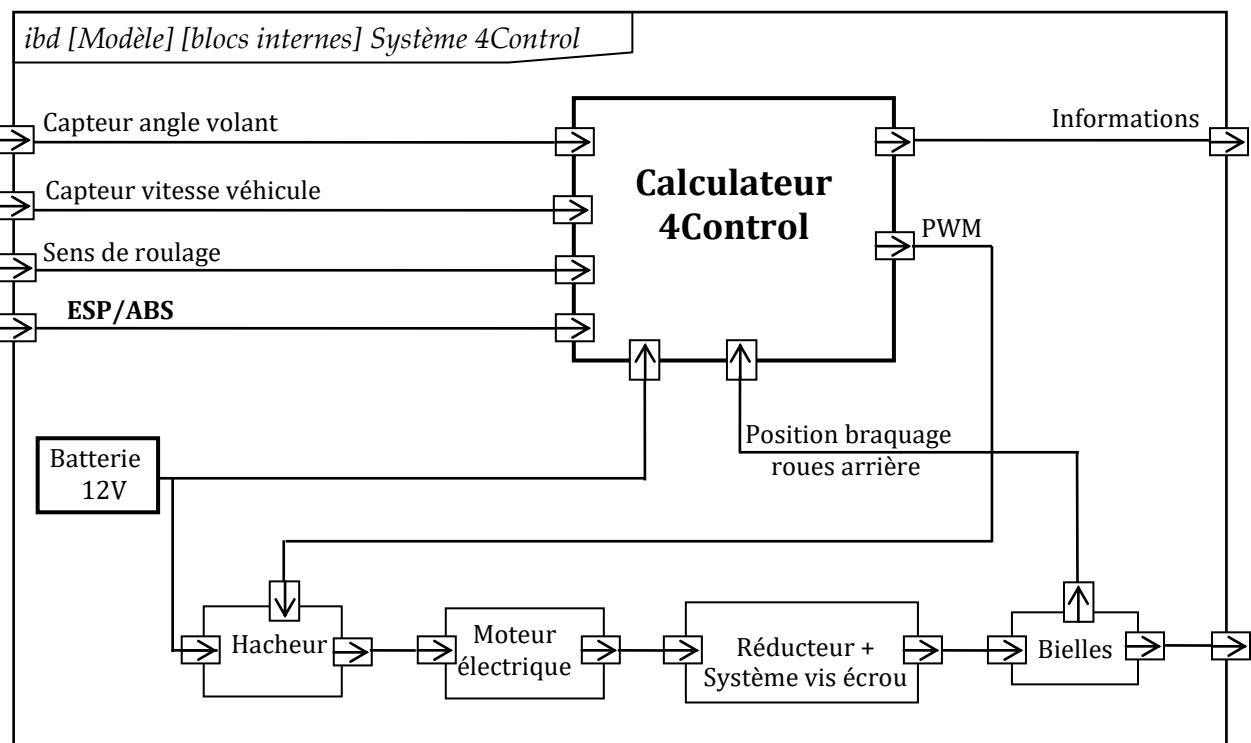
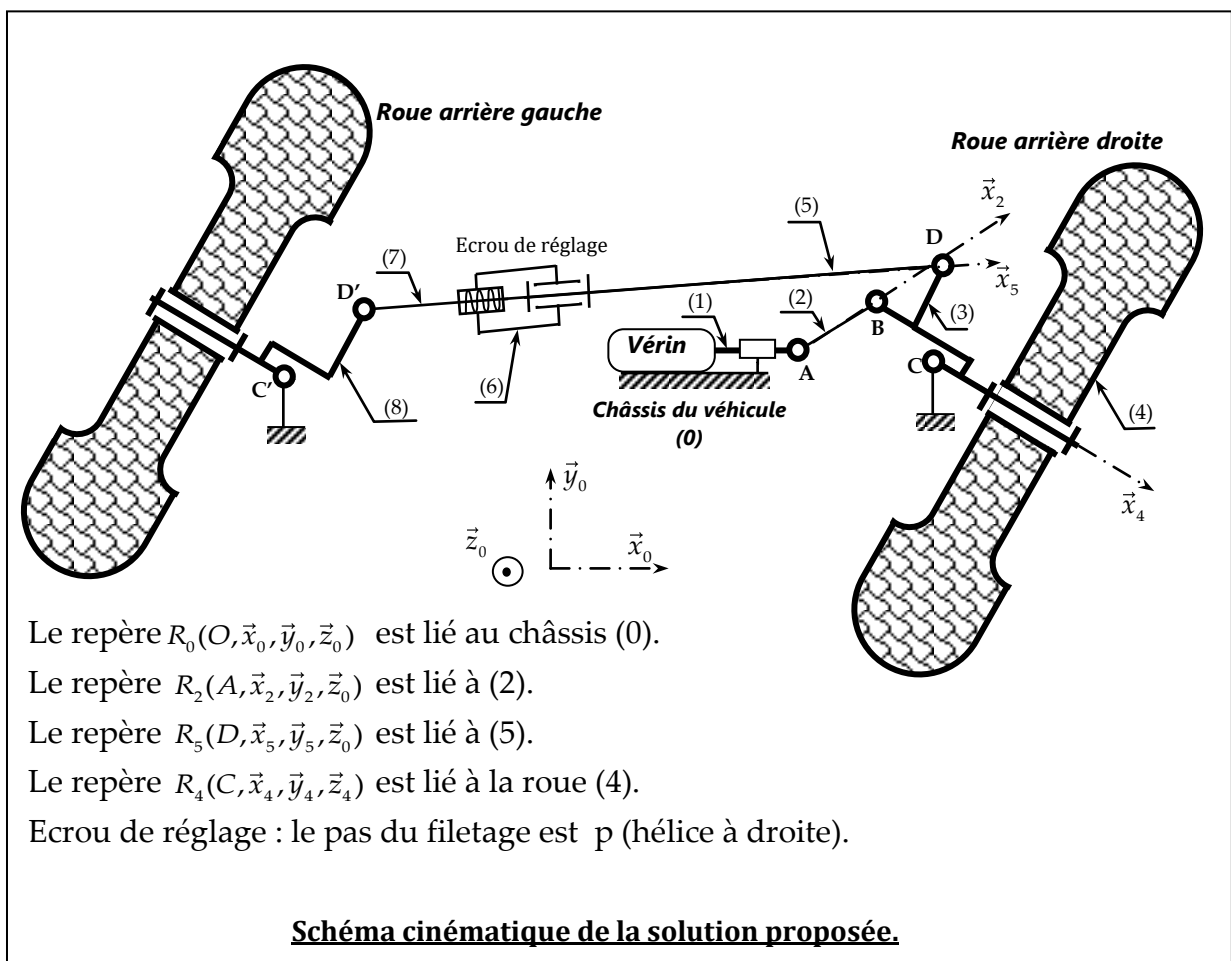
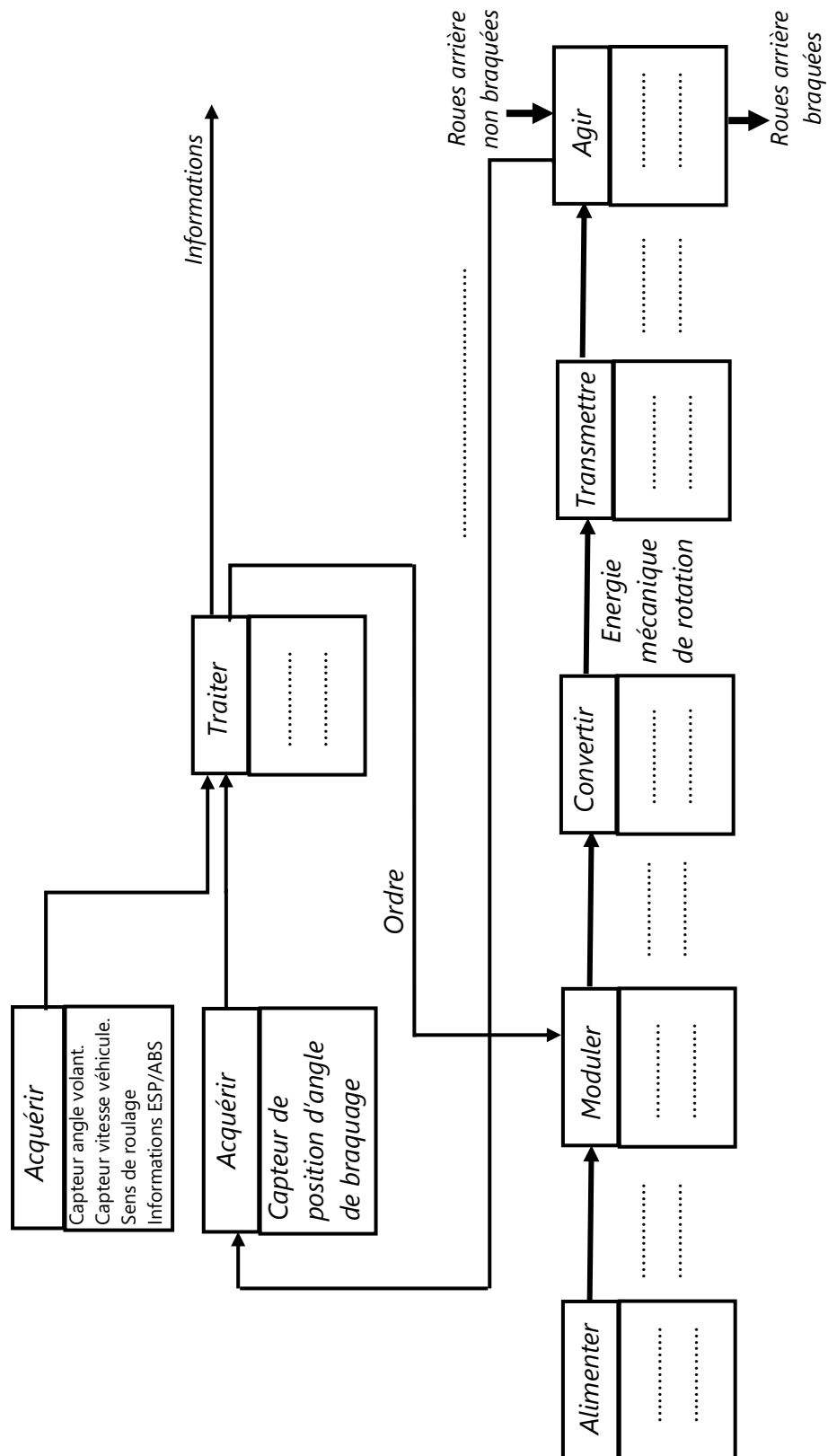


Diagramme des blocs internes du système 4Control



DOCUMENT REPONSE DR1

Question 2.1 :



DOCUMENT REPONSE DR2

Question 1.4 :

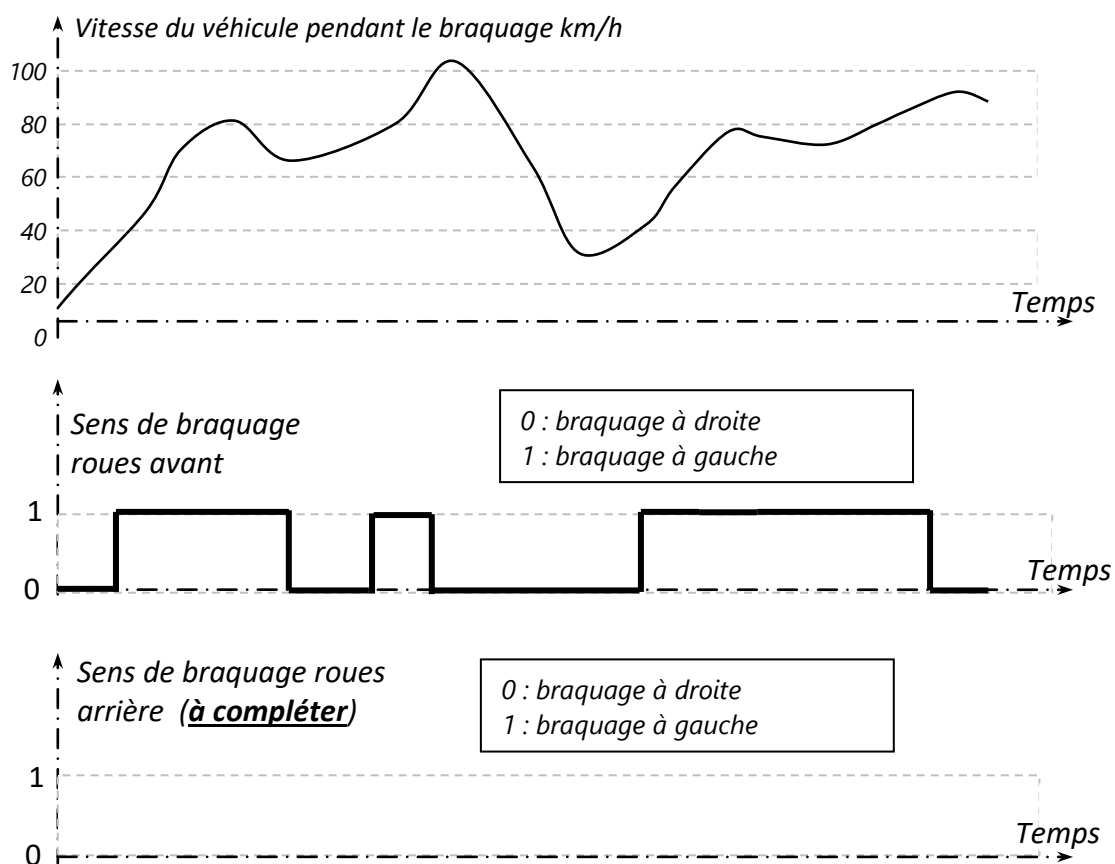
Liaison	Nom complet	Torseur cinématique	Torseur d'action mécanique
Liaison (0-1)		$\vartheta(1/0) =$	$0 \xrightarrow{L_{01}} 1 =$
Liaison (1-2)		$\vartheta(2/1) =$	$1 \xrightarrow{L_{12}} 2 =$
Liaison (5-6)		$\vartheta(6/5) =$	$5 \xrightarrow{L_{56}} 6 =$

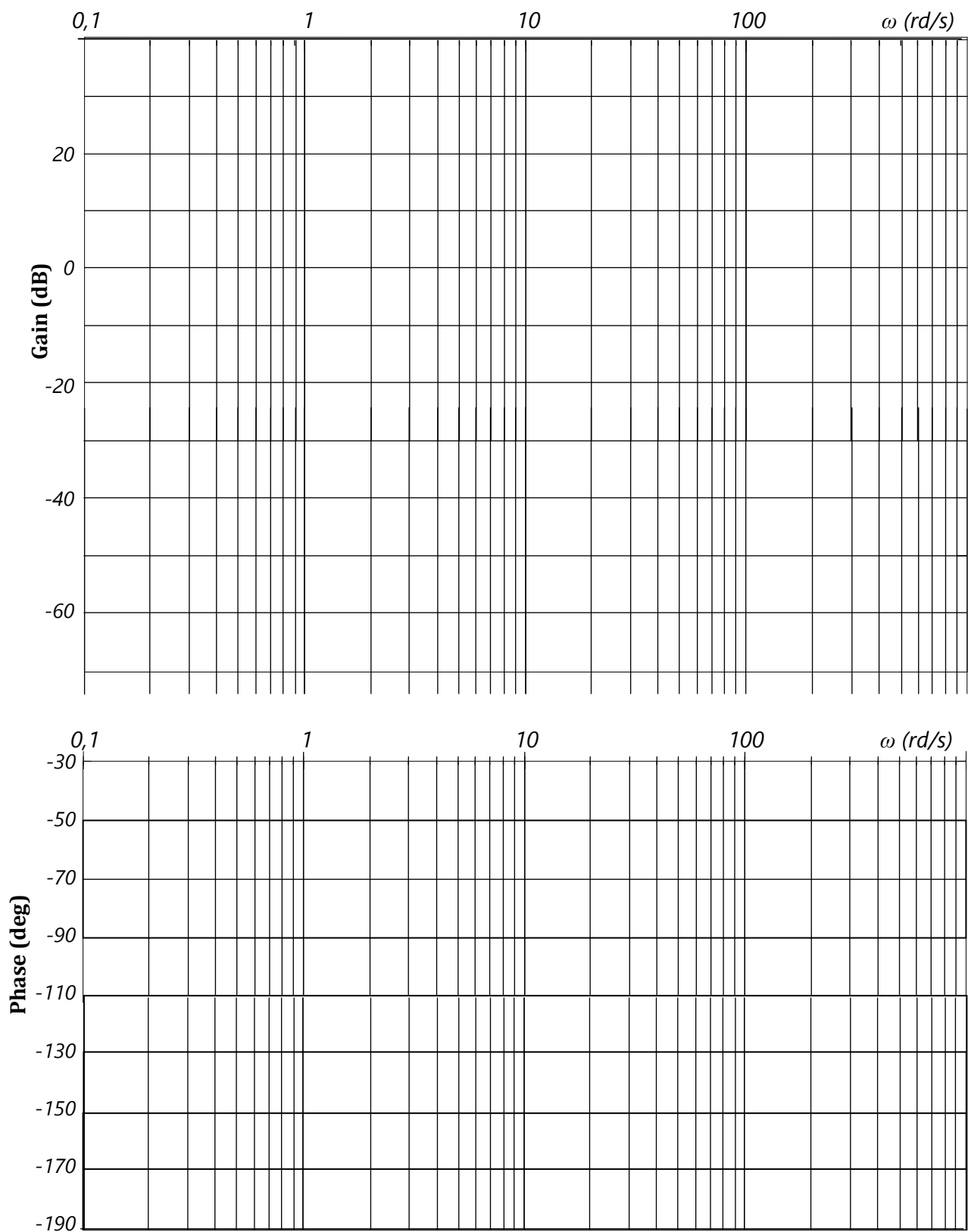
Question 1.5 :

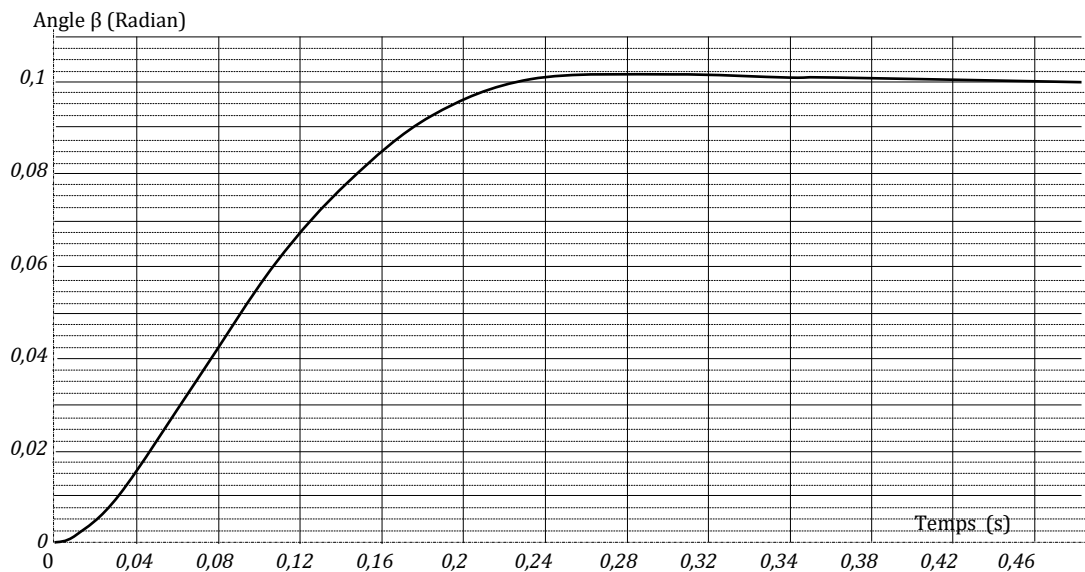
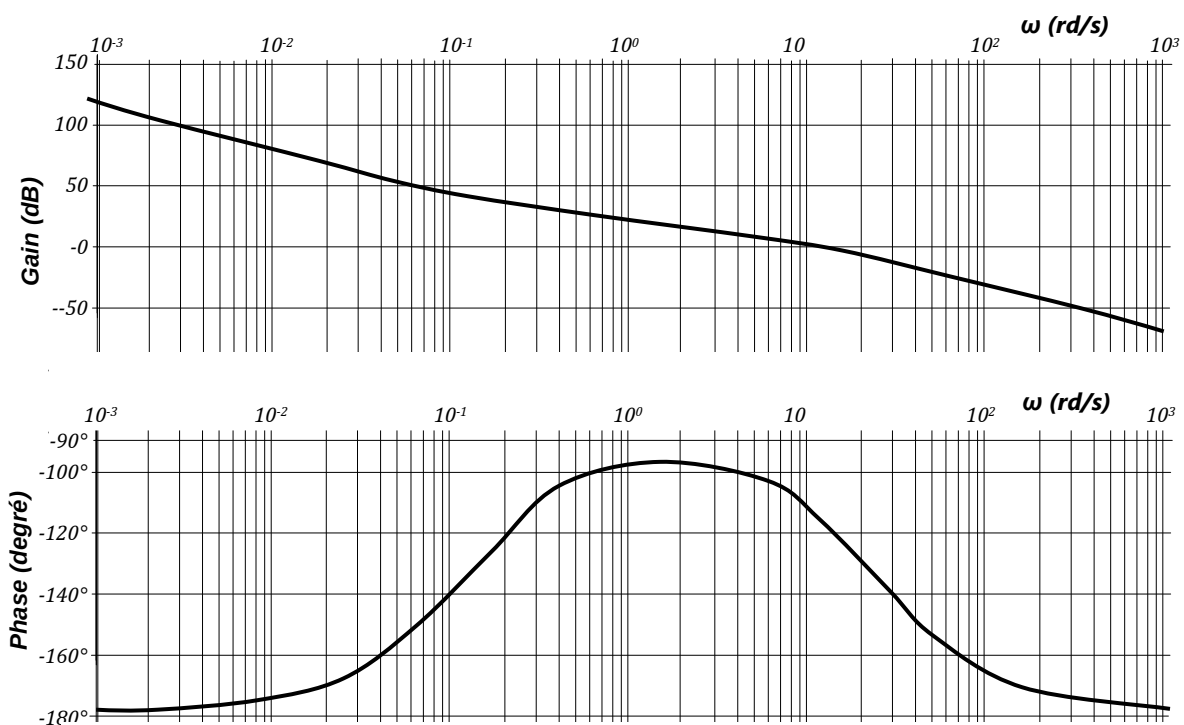
Nom de La liaison équivalente entre (4) et (0):

Les mouvements possibles sont :

Question 2.3 :



DOCUMENT REPONSE DR3**Question 6.17.**

DOCUMENT REPONSE DR4**Question 6.21:****Figure 17 : Réponse indicielle du système corrigé.****Figure 18 : Diagrammes de Bode de la FTBO du système corrigé.**

- Temps de réponse à 5 % du système corrigé :
- 1^{er} dépassement en % :
- Marge de phase :
- Ecart en régime permanent :
- Conclusion :