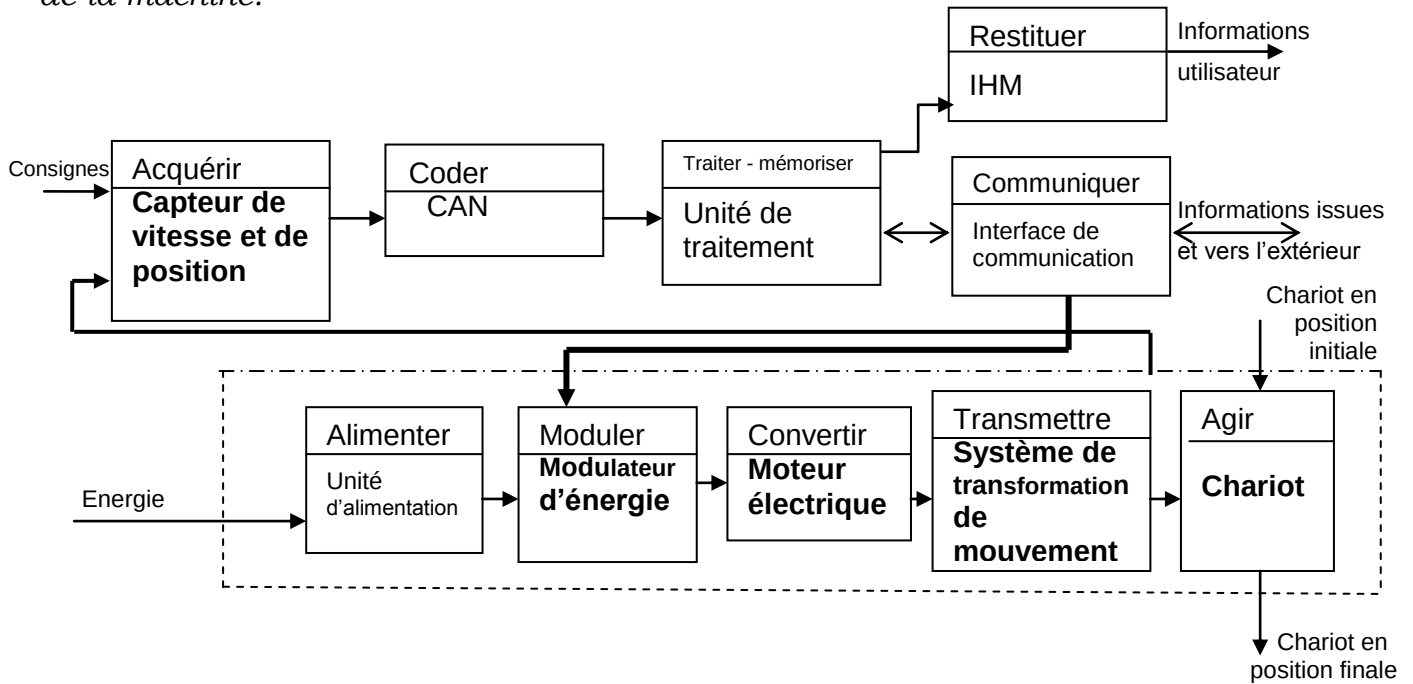


Les éléments de correction pour la filière MP

A- Exercice préliminaire : Partie notée 4 points sur 20

Q1 : Sur le document réponse **DR1**, compléter le schéma relatif à la structure d'un axe de la machine.



Q2 : Sur le document réponse **DR1**, donner la forme du torseur de l'action mécanique transmissible par chaque liaison ;

Liaison	Forme du torseur de l'action mécanique transmissible par la liaison
Entre S_0 et S_1	$\forall P \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_{01} \\ Z_{01} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L_{01} \\ M_{01} \\ N_{01} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, -\vec{r}, -)}$
Entre S_1 et S_2	$\forall P \begin{Bmatrix} X_{12} \\ Y_{12} \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L_{12} \\ M_{12} \\ N_{12} \end{Bmatrix}_{(-, -, \vec{z}_0)}$
Entre S_2 et S_3	$\forall P \in (C, \vec{z}_0) \begin{Bmatrix} X_{23} \\ Y_{23} \\ Z_{23} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L_{23} \\ M_{23} \\ 0 \end{Bmatrix}_{(-, -, \vec{z}_0)}$

Q3 : Déterminer, par dérivation, le vecteur vitesse $\vec{V}_{(A, S_1/S_0)}$, puis donner le torseur cinématique au point A de S_1 dans son mouvement par rapport à S_0 ;

$$\vec{V}_{(A, S_1/S_0)} = \left(\frac{d\vec{O_0A}}{dt} \right)_{R_0} = \dot{\vec{x}} \vec{x}_0 \Rightarrow \{V(S_1/S_0)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{\vec{x}} \vec{x}_0 \end{Bmatrix}_{A \text{ ou } \forall P}$$

Q4 : Déterminer, par composition des mouvements, le vecteur vitesse $\vec{V}_{(B, S_2/S_0)}$, puis donner le torseur cinématique au point B de **S₂** dans son mouvement par rapport à **S₀** ;

$$\vec{V}(B, S_2 / S_0) = \vec{V}(B, S_2 / S_1) + \vec{V}(B, S_1 / S_0) = \dot{z} \vec{z}_0 + \dot{x} \vec{x}_0$$

$$\Rightarrow \{V(S_2 / S_0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \dot{x} \vec{x}_0 + \dot{z} \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{B \text{ ou } \forall P}$$

Q5 : Déterminer le torseur cinématique au point C de **S₃** dans son mouvement par rapport à **S₀** ;

$$\vec{V}(C, S_3 / S_0) = \underbrace{\vec{V}(C, S_3 / S_2)}_{=\vec{0}} + \vec{V}(C, S_2 / S_0) = \dot{z} \vec{z}_0 + \dot{x} \vec{x}_0$$

$$\vec{\Omega}(S_3 / S_0) = \dot{\theta} \vec{z}_0 \Rightarrow \{V(S_3 / S_0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta} \vec{z}_0 \\ \dot{x} \vec{x}_0 + \dot{z} \vec{z}_0 \end{array} \right\}_C$$

Q6 : Déterminer, en considérant des conditions initiales nulles, les transformées de Laplace des quatre équations (1) à (4) du motoréducteur.

$$U(p) - E(p) = R \cdot I(p) \quad (1) \quad C_m(p) - C_r(p) = J_{eq} \cdot p \cdot \Omega(p) \quad (2)$$

$$E(p) = k \cdot \Omega(p) \quad (3) \quad C_m(p) = k \cdot I(p) \quad (4)$$

Q7 : Donner les expressions des fonctions de transfert $B_1(p)$, $B_2(p)$, $B_3(p)$ et $B_4(p)$;

$$B_1(p) = \frac{1}{R} ; B_2(p) = k ; B_3(p) = \frac{1}{J_{eq} \cdot p} \text{ et } B_4(p) = k$$

Q8 : Pour $C_r(p)=0$:

a - Montrer que le schéma fonctionnel de la **Figure 7** peut être mis sous la forme canonique suivante, puis exprimer $H(p)$ en fonction de $B_1(p)$, $B_2(p)$, $B_3(p)$;

$$H(p) = B_1(p) \cdot B_2(p) \cdot B_3(p)$$

$$\mathbf{b - Montrer que : } H(p) = \frac{k}{(R \cdot J_{eq}) \cdot p} .$$

$$H(p) = B_1(p) \cdot B_2(p) \cdot B_3(p) = \frac{k}{(R \cdot J_{eq}) \cdot p}$$

Q9 : En se référant au schéma bloc de la **Figure 8** :

a - Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée : $H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$;

$$H_1(p) = \frac{H(p)}{1 + k \cdot H(p)} = \frac{k}{k^2 + (R \cdot J_{eq}) \cdot p}$$

b - Donner les paramètres canoniques de $H_1(p)$: gain statique K_m et constante de temps T_m .

$$H_1(p) = \frac{k}{k^2 + (R \cdot J_{eq}) \cdot p} = \frac{\frac{1}{k}}{1 + \frac{R \cdot J_{eq}}{k^2} \cdot p} \Rightarrow K_m = \frac{1}{k} \text{ et } T_m = \frac{R \cdot J_{eq}}{k^2}$$

Q10 : Sur le document réponse **DR 2** :

a - Montrer que la fonction de transfert $H_1(p)$ du motoréducteur peut s'écrire sous la forme $H_1(p) = \frac{K_m}{1 + T_m \cdot p}$;

Une tangente à l'origine horizontale + pas de dépassement de la valeur finale
Donc on a un premier ordre fondamental

Et :

$$H_1(p) = \frac{K_m}{1 + T_m \cdot p}$$

b - Evaluer K_m et T_m .

$$\omega(+\infty) = 24 \text{ v} \cdot K_m = 6 \Rightarrow K_m = 0,25 \text{ rad/s.v}$$

$$\omega(T_m) = 0,63 \cdot \omega(+\infty) = 3,78 \Rightarrow T_m = 0,3 \text{ s}$$

Fin de l'exercice préliminaire.

B- Etude de l'exigence « Enlèvement de l'outil » :

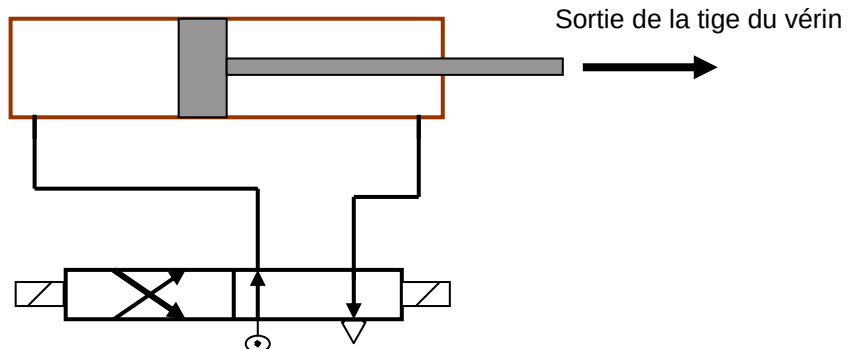
Q11 : Quelle est la solution technologique retenue pour déplacer la broche afin de libérer l'outil ?

Le vérin V_1 .

Q12 : Donner le nom du pré-actionneur de ce circuit ;

Distributeur 4/2 à commande électrique.

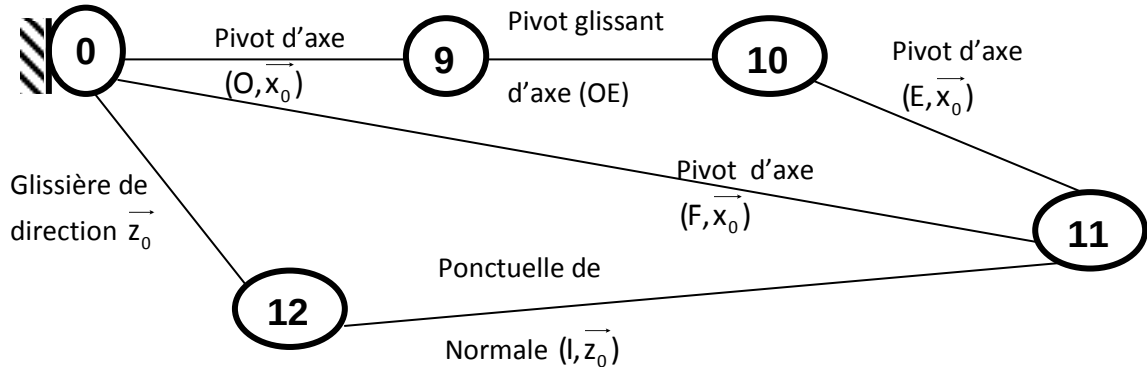
Q13 : Sur le document réponse **DR 2**, câbler le circuit hydraulique pour obtenir la sortie de la tige du vérin.



C- Etude du mécanisme de verrouillage et de déverrouillage de l'outil :

C.1 Etude des chaînes des solides :

Q14 : Tracer le graphe des liaisons (Schéma de structure) du mécanisme ;

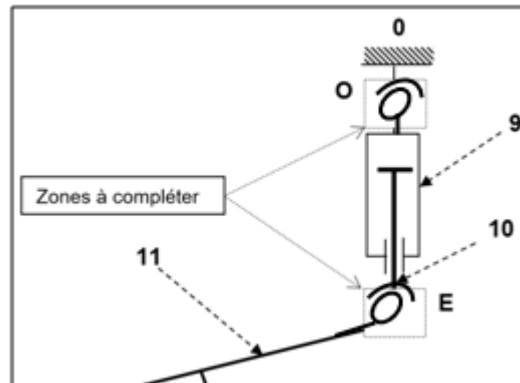


Q15 : Justifier que sa mobilité est $m_c = 1$;

On a un vérin donc : $m_{cu}=1$
 Or $m_{ci}=0$ donc : $m_c=m_{cu}+m_{ci}= 1$.

Q16 :

a - Compléter l'extrait du schéma cinématique sur le document réponse **DR 3** ;



b - Réévaluer la mobilité cinématique de la nouvelle solution.

$m_{ci}=2$ Donc : $m_c=3$

Q17 : Donner la liaison équivalente aux deux liaisons entre **0** et **11** ;

On deux liaisons en parallèles donc l'équation de compatibilité statique permet d'avoir :

$$\begin{Bmatrix} X_{eq} \\ Y_{eq} \\ Z_{eq} \end{Bmatrix}_{F'} \begin{Bmatrix} L_{eq} \\ M_{eq} \\ L_{eq} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, -, -)} = \begin{Bmatrix} X_F \\ Y_F \\ Z_F \end{Bmatrix}_{F'} \begin{Bmatrix} 0 \\ d.Z_F \\ -d.Y_F \end{Bmatrix}_{(-, -, -)} + \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_{F'} \\ Z_{F'} \end{Bmatrix}_{F'} \begin{Bmatrix} 0 \\ M_{F'} \\ N_{F'} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, -, -)} = \begin{Bmatrix} X_F \\ Y_F + Y_{F'} \\ Z_F + Z_{F'} \end{Bmatrix}_{F'} \begin{Bmatrix} 0 \\ M_{F'} + d.Z_F \\ N_{F'} - d.Y_F \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, -, -)}$$

$$\begin{aligned} X_{eq} &= X_F & L_{eq} &= 0 \\ \Rightarrow Y_{eq} &= Y_F + Y_{F'} & \text{et} & M_{eq} = M_{F'} + d.Z_F \\ Z_{eq} &= Z_F + Z_{F'} & N_{eq} &= N_{F'} - d.Y_F \end{aligned}$$

La liaison équivalente est pivot d'axe $(F', \vec{x}_0)$.

Le candidat peut utiliser la méthode intuitive ou la méthode cinématique.

C.2 Etude cinématique :

Q18 : Exprimer le vecteur vitesse de rotation $\vec{\Omega}_{(11/12)}$;

$$\vec{\Omega}_{(11/12)} = \vec{\Omega}_{(11/0)} - \vec{\Omega}_{(12/0)} = \dot{\alpha} \vec{x}_0$$

Q19 :

a - Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}_{(I,11/0)}$;

$$\begin{aligned} \vec{V}(I, 11/0) &= \vec{V}(F, 11/0) + \vec{IF} \wedge \vec{\Omega}_{(11/0)} = \vec{0} - \left[(\delta(t) + a_{11}) \vec{y}_0 + \lambda(t) \vec{z}_0 \right] \wedge \dot{\alpha} \vec{x}_0 \\ \Rightarrow \vec{V}(I, 11/0) &= (\delta(t) + a_{11}) \dot{\alpha} \vec{z}_0 - \lambda(t) \dot{\alpha} \vec{x}_0 \end{aligned}$$

b - Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}_{(I,12/0)}$;

$$\vec{V}(I, 12/0) = \vec{V}(D, 12/0) = \dot{\lambda} \vec{z}_0$$

c - Dédurre le vecteur vitesse de glissement $\vec{V}_{(I,12/11)}$;

$$\vec{V}(I, 12/11) = \vec{V}(I, 12/0) - \vec{V}(I, 11/0) = (\dot{\lambda} - (\delta(t) + a_{11}) \dot{\alpha}) \vec{z}_0 + \lambda(t) \dot{\alpha} \vec{x}_0$$

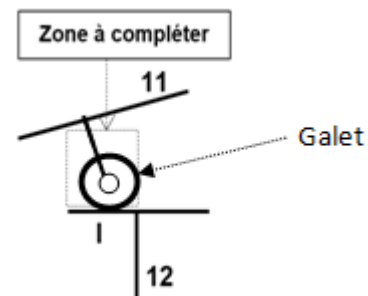
Q20 : Peut-on avoir un roulement sans glissement au point I ?

$$\vec{V}(I, 12/11) = \vec{0} \Rightarrow \lambda(t) \dot{\alpha} = 0 \Rightarrow \lambda = 0 \text{ ou } \alpha = \text{cte} \text{ donc le mécanisme est immobile.}$$

Donc on ne peut pas avoir un RSG au point I.

Q21 : Sur le document réponse **DR3**, proposer le schéma d'une solution permettant de réduire le glissement dans le contact 11-12 au point I.

Ajouter un galet roulant entre 11 et 12.



C-3 Etude statique :

Q22 : En isolant $\{9+10\}$, déduire la droite d'action de $\vec{R}_{(11 \rightarrow 10)}$;

L'ensemble $\{9+10\}$ est en équilibre sous l'action de deux glisseurs (2 forces car le problème est plan), $\vec{R}_{(11 \rightarrow 10)}$ en E et $\vec{R}_{(0 \rightarrow 9)}$ en O donc leur droite d'action est $(OE) = (O, \vec{z}_0)$.
 $\Rightarrow \vec{R}_{(11 \rightarrow 10)} = R_{11/10} \vec{z}_0$

Q23 : En isolant **11**, et par application du théorème du moment statique au point F, déterminer $|\vec{R}_{(10 \rightarrow 11)}|$, norme de $\vec{R}_{(10 \rightarrow 11)}$, en fonction de l'effort R et des autres données ;

Le TMS appliqué au point F :

$$\begin{aligned} \vec{M}_F(0 \rightarrow 11) + \vec{M}_F(12 \rightarrow 11) + \vec{M}_F(10 \rightarrow 11) &= \vec{0} \quad \Rightarrow \vec{0} + \vec{FI} \wedge R \vec{z}_0 + \vec{FE} \wedge R_{10/11} \vec{z}_0 = \vec{0} \\ \Rightarrow R(a_{11} + \delta_e) \vec{x}_0 + R_{10/11} (L_{11} \cos \alpha_e) \vec{x}_0 &= \vec{0} \quad \Rightarrow |R_{10/11}| = \frac{R(a_{11} + \delta_e)}{L_{11} \cos \alpha_e} \end{aligned}$$

D- Etude du centre UGV :

D.1 Etude cinétique et dynamique :

Q24 : Déterminer la position du centre d'inertie G_3 du solide **S₃** dans le repère $R_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$, en fonction des dimensions de **P₁**, **P₂** et **P₃** et de leurs masses ;

$(C, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ et $(C, \vec{x}_3, \vec{z}_0)$ sont deux plans de symétrie matérielle de S_3 donc : $x_{G_3} = y_{G_3} = 0$

$$\text{En plus : } (m_{p1} + m_{p2} + m_{p3}) z_{G_3} = m_{p1} \left(\frac{H}{2} + h\right) + m_{p2} \frac{h}{2} \Rightarrow z_{G_3} = \frac{m_{p1}(H+2h) + m_{p2}h}{2(m_{p1} + m_{p2} + m_{p3})}$$

Q25 :

a - Donner la forme simplifiée de la matrice d'inertie du solide **S₃** au point C et dans la base $(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$. (On ne demande pas d'explicitier les termes non nuls de cette matrice) ;

$(C, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ et $(C, \vec{x}_3, \vec{z}_0)$ sont deux plans de symétrie matérielle de S_3 donc :

$$\bar{I}_{(C, S_3)} = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{R_3}$$

b - Cette matrice conservera-t-elle sa forme dans la base de R_0 ? Expliquer ;

Non, car $(C, \vec{z}_0)$ n'est pas un axe de révolution de S_3 .

Q26 : Est-ce que S_3 est équilibré dynamiquement autour de son axe de rotation ? Justifier.

Oui, car $G_3 \in (C, \vec{z}_0)$ et $(C, \vec{z}_0)$ est un axe principal d'inertie de S_3 .

Q27 : En négligeant l'effet des trous T_1 et T_2 , déterminer le moment d'inertie C_3 du solide S_3 par rapport à son axe $(C, \vec{z}_0)$.

$$C_3 = m_{P1} \left(\frac{R^2 + r^2}{2} \right) + m_{P2} \left(\frac{R_{P2}^2}{2} \right) + 18 m_{P3} r^2$$

Q28 : Déterminer le torseur cinétique au point C de S_3 dans son mouvement par rapport à S_0 ;

$$\vec{R}_C(S_3/S_0) = m_3 \left(\frac{d\vec{O}_0 G_3}{dt} \right)_{R_0} = m_3 (\dot{x} \vec{x}_0 + \dot{z} \vec{z}_0)$$

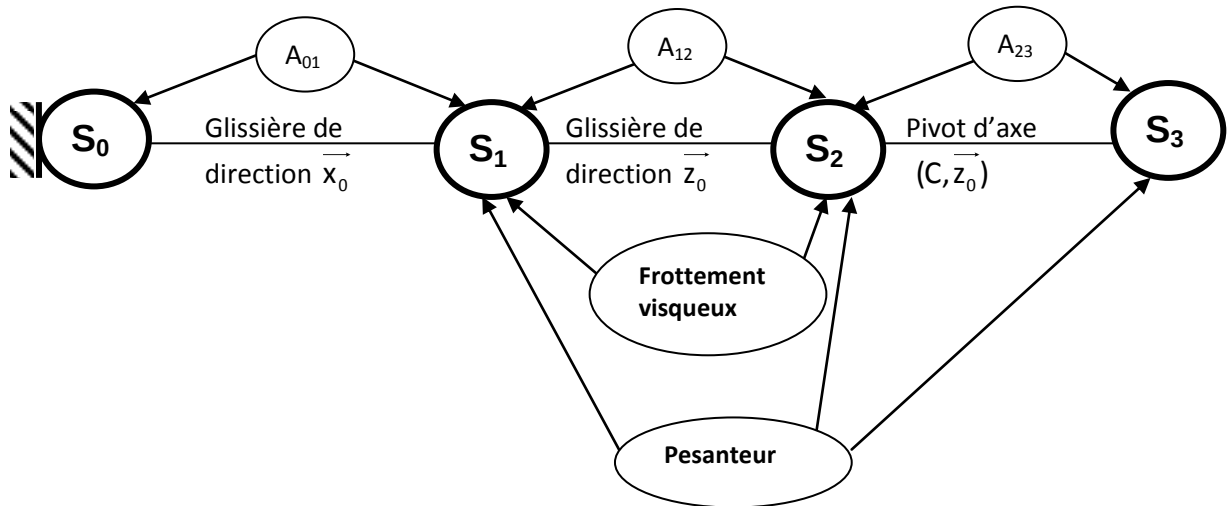
$$\vec{\sigma}(C, S_3/S_0) = \vec{I}(C, S_3) \cdot \vec{\Omega}(S_3/R_0) + m_3 \vec{CG}_3 \wedge \vec{V}(C \in S_3/R_0) = C_3 \dot{\theta} \vec{z}_0 + m_3 L \dot{x} \vec{y}_0$$

$$\Rightarrow \{C(S_3/R_0)\} = \begin{Bmatrix} m_3 (\dot{x} \vec{x}_0 + \dot{z} \vec{z}_0) \\ C_3 \dot{\theta} \vec{z}_0 + m_3 L \dot{x} \vec{y}_0 \end{Bmatrix}_C$$

Q29 : Déterminer la projection sur $\vec{z}_0$, du moment dynamique au point C de S_3 dans son mouvement par rapport à S_0 : $\vec{\delta}_{(C, S_3/S_0)} \cdot \vec{z}_0$.

$$\vec{\delta}(C, S_3/S_0) \cdot \vec{z}_0 = C_3 \ddot{\theta}$$

Q30 : En s'appuyant sur un schéma d'analyse du système (Graphe des actions mécaniques), déterminer les expressions du couple C_{23} et de l'effort F_{12} en fonction des données.



Pour déterminer C_{23} on isole (S_3) puis on applique le TMD au point C et en projection sur $\vec{z}_0$:

$$\vec{M}_C(\vec{S}_3 \rightarrow S_3) \cdot \vec{z}_0 = \vec{\delta}(C, S_3/S_0) \cdot \vec{z}_0 \Rightarrow C_{23} = C_3 \ddot{\theta}$$

Pour déterminer F_{12} on isole $\Sigma_2 = (S_2 + S_3)$ puis on applique le TRD en projection sur $\vec{z}_0$:

$$\vec{R}(\vec{\Sigma}_2 \rightarrow \Sigma_2) \cdot \vec{z}_0 = m_{\Sigma_2} \vec{\Gamma}(G_{\Sigma_2} / S_0) \cdot \vec{z}_0 \Rightarrow F_{12} = (m_2 + m_3)(g + \ddot{z}) + f \dot{z}$$

D.2 Etude énergétique :

Q31 : Exprimer la relation entre X_{61} et L_{61} ;

La liaison entre S_6 et S est parfaite donc :

$$\begin{aligned} P(S_6 \leftrightarrow S) = 0 &\Rightarrow \{ \tau(S_6 \rightarrow S) \} \cdot \{ v(S/S_6) \} = 0 \\ &\Rightarrow \left\{ \begin{matrix} X_{61} \vec{x}_0 \\ L_{61} \vec{x}_0 \end{matrix} \right\}_A \cdot \left\{ \begin{matrix} \vec{\Omega}(S/S_6) \\ -q \vec{\Omega}(S/S_6) \end{matrix} \right\}_A = 0 \end{aligned}$$

On trouve donc : $L_{61} = q X_{61}$

Q32 : Déterminer l'énergie cinétique $T_{(E/S_0)}$ du système $\mathbf{E} = \{S_6, \text{ rotor }, S\}$, dans son mouvement par rapport à S_0 ;

$$T(E/R_0) = \frac{1}{2} (J \omega^2 (S_6/S) + J_R \omega_m^2 + M(\dot{x})^2)$$

En Déduire le moment d'inertie équivalent J_E du système $\mathbf{E}$, ramené sur rotor du moteur.

$$T(E/R_0) = \frac{1}{2} (J k^2 + J_R + M(qk)^2) \omega_m^2 \Rightarrow J_E = J k^2 + J_R + M(qk)^2$$

Q33 :

a - En appliquant les lois de Coulomb (dans le cas du glissement), donner la relation entre X_{01} , Y_{01} , Z_{01} et f_s ;

$$\text{Les lois de Coulomb} \Rightarrow X_{01} < 0 \text{ et } |X_{01}| = f_s \sqrt{Y_{01}^2 + Z_{01}^2} \Rightarrow X_{01} = -f_s \sqrt{Y_{01}^2 + Z_{01}^2}$$

b - Par le théorème de la résultante dynamique appliqué à $\mathbf{S}$, déterminer X_{01} en fonction de f_s , M et g ;

$$\text{Le TRD appliqué à } (S) : \vec{R}(\vec{S} \rightarrow S) = M \ddot{\vec{z}} \vec{x}_0 \Rightarrow \begin{cases} X_{01} + X_{61} = M \ddot{x} \\ Y_{01} = 0 \\ Z_{01} - Mg = 0 \end{cases} \Rightarrow X_{01} = -f_s Mg$$

Q34 :

a - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système $\mathbf{E}$ par rapport au repère R_0 , déterminer le couple moteur C_m en fonction de ω_m , J_E , X_{01} , η , q et k ;

$$\text{Le TEC} \Rightarrow P_{\text{ext}}(\vec{E} \rightarrow E/R_0) + P_{\text{int}}(E) = J_E \omega_m \dot{\omega}_m \Rightarrow C_m \omega_m + X_{01} \dot{x} + P(S_6 \leftrightarrow S) = J_E \omega_m \dot{\omega}_m$$

$$\text{Avec : } P(S_6 \leftrightarrow S) = (\eta - 1) C_m \omega_m \text{ et } \dot{x} = qk \omega_m$$

$$\Rightarrow \eta C_m + X_{01} qk = J_E \dot{\omega}_m \Rightarrow \mathcal{G}_m = \frac{J_E \dot{\omega}_m - X_{01} qk}{\eta}$$

b - Déduire l'expression du couple C_m lors du régime établi (permanent) du moteur en fonction de q, k, M, g, η et f_s .

$$\dot{\omega}_m = 0 \Rightarrow C_m = \frac{f_s M g q k}{\eta}$$

E- Etude de l'asservissement en position des axes de l'UGV :

Q35 : Sur le document réponse **DR4**

a - A partir des courbes de Bode, déduire l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ du système non corrigé ;

Quand $\omega \rightarrow 0$ on a : $\varphi \rightarrow -90^\circ$ donc $H_{BO}(p)$ contient une intégration.

Quand $\omega \rightarrow +\infty$ on a : $\varphi \rightarrow -270^\circ = -90^\circ - 180^\circ$ et la courbe de phase est monotone

$$\text{donc } H_{BO}(p) = \frac{K_{BO}}{p(1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{p^2}{\omega_n^2})}.$$

b - Déterminer la valeur de ses grandeurs caractéristiques : gain K_{BO} , coefficient d'amortissement z et pulsation propre ω_n ;

$$K_{BO} = 0,04 ; \varphi(\omega_n) = -180^\circ \Rightarrow \omega_n = 4 \text{ rad/s} \text{ et } A_{dB}(\omega_n) = 20 \log \frac{K_{BO}}{2z\omega_n} \approx -51 \text{ dB} \Rightarrow z \approx 1,77$$

c - Justifier que $H_{BO}(p)$ peut être mise sous la forme : $H_{BO}(p) = \frac{K_{BO}}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}$;

$$z \approx 1,77 > 1 \Rightarrow H_{BO}(p) = \frac{K_{BO}}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

d - En se référant à la courbe de phase, trouver les valeurs approximatives de T_1 et T_2 ;

$$\text{on a : } \varphi\left(\frac{1}{T_1}\right) \approx -135^\circ \text{ donc } \frac{1}{T_1} \approx 1,25 \Rightarrow T_1 = 0,8 \text{ s.}$$

$$\text{on a : } \varphi\left(\frac{1}{T_2}\right) \approx -225^\circ \text{ donc } \frac{1}{T_2} \approx 12 \Rightarrow T_2 = 0,08 \text{ s.}$$

e - Déterminer les marges de phase et de gain du système non corrigé.

$$M\varphi \approx 90^\circ \text{ car } \omega_{c0} \approx 0,04 \text{ rad/s et } MG \approx 50 \text{ dB car } \omega_\pi = \omega_n = 4 \text{ rad/s.}$$

Q36 :

a - Donner les écarts de position ε_p et de traînage ε_T de ce système (Consigne en échelon et rampe unitaires) ;

$$\text{La classe de } H_{BO} \text{ est } \alpha = 1 \text{ donc : } \varepsilon_p = 0 \text{ et } \varepsilon_T = \frac{1}{K_{BO}}.$$

b - En se référant à l'exigence de précision, montrer qu'il est nécessaire de prévoir une correction de l'asservissement.

L'exigence impose un écart de trainage nul donc on a besoin d'une correction de l'asservissement.

Q37 : Justifier clairement le choix de ce correcteur au regard des exigences du cahier des charges.

Ce correcteur va rendre le système précis car la classe du système en BO sera égale à 2.

Q38 : Déduire la valeur de τ_1 .

Le pole dominant non nul de H_{BO} est : $-\frac{1}{T_1} \approx -1,25 \Rightarrow \tau_1 = T_1 = 0,8s$.

Q39 : Montrer qu'aucune valeur de C_0 ne permettra de satisfaire l'exigence de stabilité.

$$M\varphi = 180^\circ + \text{Arg}(H_{BO}(j\omega)) = 180^\circ - 180^\circ - \arctg(T\omega_0) = -\arctg(T\omega_0) = -9,09^\circ.$$

Donc le système est instable quelque soit C_0 .

Q40 : Sans aucun calcul, justifier le choix du concepteur.

Le correcteur à avance de phase améliorera la stabilité de ce système par l'apport d'une phase maximale ainsi que sa rapidité (réglage de la pulsation de coupure à 0dB).

Q41 : Déduire une relation entre τ et a , sachant que ce correcteur devra apporter une phase maximale à la pulsation $\omega_0 = 2\text{rad.s}^{-1}$;

$$\frac{1}{\tau\sqrt{a}} = \omega_0 = 2 \text{ rad/s} \Rightarrow \tau = \frac{1}{2\sqrt{a}}.$$

Q42 : Déterminer en fonction de $\varphi_{\max}$ la marge de phase du système corrigé ;

$$M\varphi_c = 180^\circ + \text{Arg}(H_{BO}(j\omega)) = \varphi_{\max} - \arctg(T_2\omega_0) = \varphi_{\max} - 9,09^\circ.$$

Q43 : Quelle condition doit satisfaire $\varphi_{\max}$ pour assurer la stabilité de l'asservissement requise ?

$$M\varphi_c \geq 40^\circ \Rightarrow \varphi_{\max} \geq 49,09^\circ.$$

Q44 : Pour $\varphi_{\max} = 55^\circ$, calculer la valeur de a puis celle de τ ;

$$\text{On a : } \sin \varphi_{\max} = \frac{1-a}{a+1} \Rightarrow a = \frac{1-\sin \varphi_{\max}}{1+\sin \varphi_{\max}} \approx 0,1 \text{ et } \tau = \frac{1}{2\sqrt{a}} = 1,586$$

Q45 : Par une démarche clairement explicitée, calculer la valeur de K_A ;

$$20\log \frac{K_A}{\sqrt{a}} + 20\log \frac{K_q}{\omega_0^2 \sqrt{1+(T\omega_0)^2}} = 0 \Rightarrow K_A \approx 40,48$$

Puis déduire celle de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé ;

$$\tau = \frac{1}{2\sqrt{a}} = 1,586 \Rightarrow C_{AP}(p) = \frac{40,48(1 + 1,58p)}{1 + 0,158p}$$

$$H_{BOC}(p) = \frac{40,48(1 + 1,58p)}{1 + 0,158p} \cdot \frac{K'q}{p^2(1 + Tp)}$$

Q46 : En déduire les expressions numériques des 3 pôles dominants de cette fonction de transfert. Conclure vis-à-vis des dépassements de la réponse indicielle de ce système.

Les pôles dominants sont : $P_2 = -1,4 + 1,5j$; $P_3 = -1,4 - 1,5j$ et $P_4 = -1,4$ et le pôle $P_1 = -20,8$ n'est pas dominant.

On a deux pôles complexes conjugués P_2 et P_3 donc on a des dépassements de la valeur finale.

Q47 : Sur le document réponse **DR3**, on demande de relever :

a - Le temps de réponse à 5% de ce système ; $T_{5\%} = 3,5s$

b - L'écart de position ε_p de ce système ; $\varepsilon_p = 0$

c - Conclure quant à la capacité de ce correcteur à satisfaire le cahier des charges.

On a un problème de dépassement de la valeur finale et de rapidité.

Q48 : Sur le document réponse **DR3**, conclure quant à la capacité de ce correcteur à satisfaire les exigences du cahier des charges.

Le système est stable, rapide ($T_{5\%} = 0,019s$)

Pas de dépassement de la valeur finale et $\varepsilon_p = 0$.

Donc : Le cahier des charges est respecté en terme de rapidité par rapport à $T_{5\%}$, précision vis-à-vis d'un échelon, non dépassement et stabilité absolue.