

Système d'orientation de miroirs

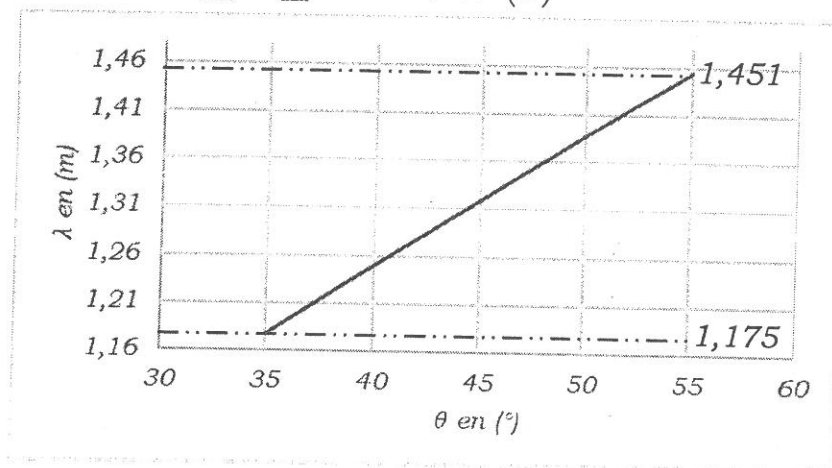
Détermination de la course du vérin :

Q1. Fermeture géométrique de la chaîne 0-1-2-3-0.

$$\overline{OA} = \overline{OB} + \overline{BA} \Rightarrow a.\vec{x}_1 = d.\vec{x}_0 + h.\vec{y}_0 - \lambda(t).\vec{x}_2 \Rightarrow \begin{aligned} / \vec{x}_0 &\Rightarrow a.\cos\theta = d - \lambda(t).\cos\varphi \\ / \vec{y}_0 &\Rightarrow a.\sin\theta = h - \lambda(t).\sin\varphi \end{aligned}$$

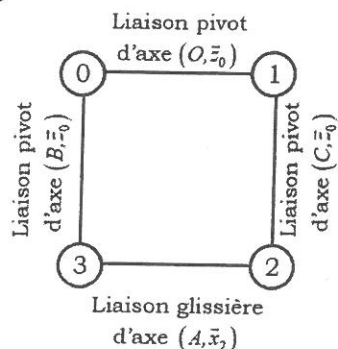
Q2. $\lambda(t) = \sqrt{(d - a.\cos\theta)^2 + (h - a.\sin\theta)^2}$

Q3. Course du vérin $C = \lambda_{\max} - \lambda_{\min} \quad C = 0,276 \text{ (m)}$



Détermination de la loi entrée/sortie cinématique :

Q4.



Q5. $\vec{V}(A,1/0) = a.\dot{\theta}.\vec{y}_1$

Q6. $\vec{V}(A,2/0) = -\dot{\lambda}(t).\vec{x}_2 - \lambda(t).\dot{\varphi}.\vec{y}_2$

Q7. $\vec{V}(A,1/0) = \vec{V}(A,1/2) + \vec{V}(A,2/0)$

$L1/2$: liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0) \Rightarrow \vec{V}(A,1/2) = \vec{0}$

Q8. $\vec{V}(A,1/0) = \vec{V}(A,2/0) \quad a.\dot{\theta}.\vec{y}_1 = -\dot{\lambda}(t).\vec{x}_2 - \lambda(t).\dot{\varphi}.\vec{y}_2$

$$/ \vec{x}_2 \Rightarrow -a.\dot{\theta}.\sin(\theta - \varphi) = -\dot{\lambda}(t)$$

$$/ \vec{y}_2 \Rightarrow a.\dot{\theta}.\cos(\theta - \varphi) = -\lambda(t).\dot{\varphi}$$

$$(a.\cos\theta = d - \lambda(t).\cos\varphi).\sin\theta$$

$$(a.\sin\theta = h - \lambda(t).\sin\varphi).\cos\theta \Rightarrow 0 = d.\sin\theta - \lambda(t).\sin\theta.\cos\varphi - h.\cos\theta + \lambda(t).\cos\theta.\sin\varphi$$

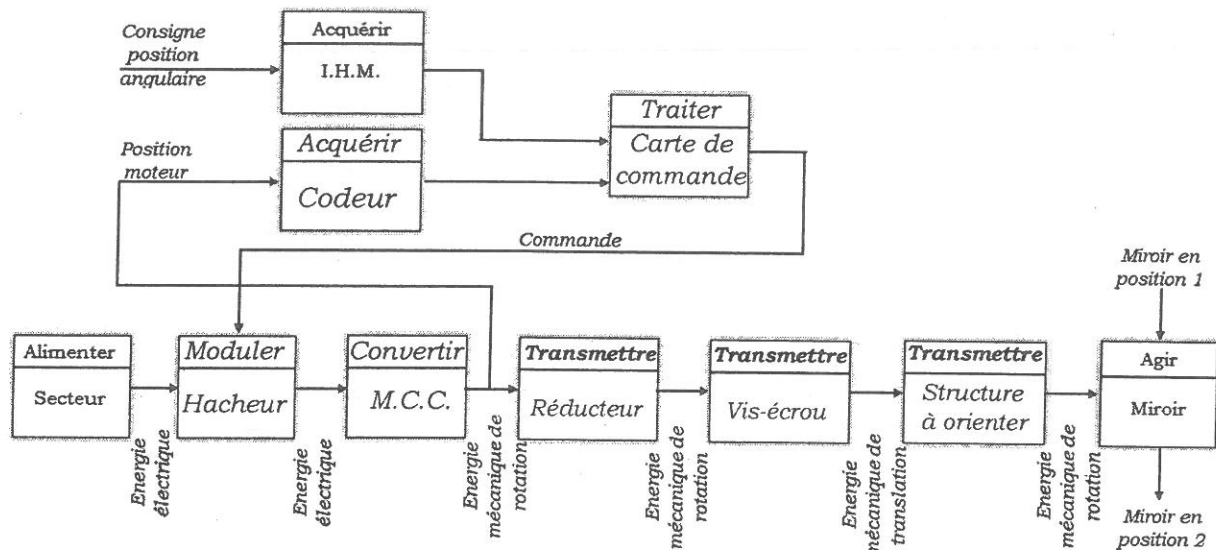
$$\Rightarrow \lambda(t).\sin(\theta - \varphi) = d.\sin\theta - h.\cos\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{\lambda}(t) = \frac{a}{\lambda(t)} \cdot (d.\sin\theta - h.\cos\theta) \cdot \dot{\theta}}$$

Q9. $\dot{\lambda} = K_{\theta}.\dot{\theta}$

$$K_{\theta} = \frac{0,276.10^3}{20 \cdot \frac{\pi}{180}} \Rightarrow$$

$$\boxed{K_{\theta} \approx 790 \text{ (mm / rad)}}$$

Q10.Détermination de l'effort du vérin :

Q11. On isole le vérin (tige (2) + corps (3)) et on applique le théorème du moment dynamique en B : $\vec{M}_B(\text{vérin} \rightarrow \text{vérin}) = \vec{0}$ La masse du vérin est négligeables.

$$\underbrace{\vec{M}_B(0 \rightarrow 3)}_{\vec{0}} + \vec{M}_B(1 \rightarrow 2) = \vec{0} \Rightarrow \underbrace{\vec{M}_A(1 \rightarrow 2)}_{\vec{0}} + \overline{BA} \wedge \vec{R}(1 \rightarrow 2) = \vec{0} \Rightarrow \overline{BA} \wedge \underbrace{\vec{R}(1 \rightarrow 2)}_{\text{suivant}(BA)} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{R}(1 \rightarrow 2) = -\vec{R}(\text{vérin} \rightarrow 1) \text{ est suivant } \vec{x}_2$$

Q12. On isole (1) et on applique le théorème du moment dynamique en O en projection sur $\vec{z}_0$: $\vec{z}_0 \cdot \vec{M}_O(\vec{1} \rightarrow \vec{1}) = \vec{z}_0 \cdot \vec{\delta}_O(1/0)$

$$\vec{z}_0 \cdot \vec{\delta}_O(1/0) = J \cdot \ddot{\theta}$$

$$\vec{z}_0 \cdot \vec{M}_O(\vec{1} \rightarrow \vec{1}) = \underbrace{\vec{z}_0 \cdot \vec{M}_O(0 \rightarrow 1)}_{\vec{0}} + \vec{z}_0 \cdot \vec{M}_O(\text{vérin} \rightarrow 1) + \vec{z}_0 \cdot \vec{M}_O(\text{pes} \rightarrow 1)$$

$$\vec{z}_0 \cdot \vec{M}_O(\text{vérin} \rightarrow 1) = \vec{z}_0 \cdot (a \cdot \vec{x}_1 \wedge F \cdot \vec{x}_2) = -a \cdot F \cdot \sin(\theta - \varphi)$$

$$\vec{z}_0 \cdot \vec{M}_O(\text{pes} \rightarrow 1) = \vec{z}_0 \cdot ((x_G \cdot \vec{x}_1 + y_G \cdot \vec{y}_1) \wedge -M \cdot g \cdot \vec{y}_0) = -M \cdot g \cdot (x_G \cdot \cos \theta - y_G \cdot \sin \theta)$$

$$-a \cdot F \cdot \sin(\theta - \varphi) - M \cdot g \cdot x_G \cdot \cos \theta + M \cdot g \cdot y_G \cdot \sin \theta = J \cdot \ddot{\theta}$$

$$A = -a \cdot$$

$$B = -M \cdot g \cdot x_G$$

$$C = M \cdot g \cdot y_G$$

Détermination de l'équation dynamique du moteur :

Q13. $\dot{\lambda} = K_V \cdot \omega_m$

$$K_V = \frac{\hat{\Delta} P_v}{2\pi} \cdot k$$

Q14.

$$\checkmark \quad T(\Sigma / R_0) = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \dot{\theta}^2$$

$$\checkmark \quad P_{INT} = \underbrace{\sum P(i \leftrightarrow j)}_{O(\text{Liaisons parfaites})} + \frac{P_{MOTEUR}}{C_m \cdot \omega_m} + \frac{P_{dissipée}}{C_m \cdot \omega_m (\eta_r \cdot \eta_v - 1)}$$

$$P_{INT} = \eta_r \cdot \eta_v \cdot C_m \cdot \omega_m$$

$$\checkmark \quad P_{EXT} = \underbrace{\sum P(0 \rightarrow i/0)}_{O(\text{Liaisons parfaites})} + \underbrace{P(pes \rightarrow 1/0)}_{-M \cdot g \cdot \vec{y}_0 \cdot \vec{V}(G, 1/0) \cdot O\vec{U}\vec{\Omega}(1/0) \cdot \vec{M}_O(pes \rightarrow 1)}$$

$$P_{EXT} = -M \cdot g \cdot (x_G \cdot \cos \theta - y_G \cdot \sin \theta) \cdot \dot{\theta}$$

Q15. T.E.C. à Σ : $\frac{d}{dt} T(\Sigma / R_0) = P_{EXT} + P_{INT}$

$$\frac{\omega_m}{\dot{\theta}} = \frac{K_\theta}{K_V}$$

$$J \cdot \ddot{\theta} = -M \cdot g \cdot (x_G \cdot \cos \theta - y_G \cdot \sin \theta) + \eta_r \cdot \eta_v \cdot C_m \cdot \frac{K_\theta}{K_V}$$

$$J \cdot \left(\frac{K_V}{K_\theta} \right)^2 \cdot \frac{1}{\eta_r \cdot \eta_v} \cdot \frac{d}{dt} \omega_m(t) = C_m(t) - \frac{K_V}{\eta_r \cdot \eta_v \cdot K_\theta} \cdot M \cdot g \cdot (x_G \cdot \cos \theta - y_G \cdot \sin \theta)$$

$$C_m(t) - M \cdot g \cdot (D \cdot \cos(\theta) - E \cdot \sin(\theta)) = J_{eq} \cdot \frac{d}{dt} \omega_m(t)$$

$J_{eq} = \frac{J}{\eta_r \cdot \eta_v} \cdot \left(\frac{K_V}{K_\theta} \right)^2$	$D = \frac{K_V \cdot x_G}{\eta_r \cdot \eta_v \cdot K_\theta}$	$E = \frac{K_V \cdot y_G}{\eta_r \cdot \eta_v \cdot K_\theta}$
--	--	--

Q16.

$$U(p) - E(p) = (R + L \cdot p) \cdot I(p) \quad (1) \quad \left| \quad E(p) = k \cdot \Omega_m(p) \quad (3)\right.$$

$$C_m(p) - C_r(p) = J_{eq} \cdot p \cdot \Omega_m(p) \quad (2) \quad \left| \quad C_m(p) = k \cdot I(p) \quad (4)\right.$$

Q17.

$$B_1(p) = \frac{1}{R + L \cdot p} \quad \left| \quad B_2(p) = k \quad \left| \quad B_3(p) = \frac{1}{J_{eq} \cdot p} \quad \left| \quad B_4(p) = k\right.\right.\right.$$

Q18.

$$\Omega_m(p) = \frac{B_1(p) \cdot B_2(p) \cdot B_3(p)}{1 + B_1(p) \cdot B_2(p) \cdot B_3(p) \cdot B_4(p)} \cdot U(p) - \frac{B_3(p)}{1 + B_1(p) \cdot B_2(p) \cdot B_3(p) \cdot B_4(p)} \cdot C_r(p)$$

$$\Omega_m(p) = \left(U(p) - \frac{1}{B_1(p) \cdot B_2(p)} \cdot C_r(p) \right) \cdot \frac{B_1(p) \cdot B_2(p) \cdot B_3(p)}{1 + B_1(p) \cdot B_2(p) \cdot B_3(p) \cdot B_4(p)}$$

$$H_1(p) = \frac{B_1(p) \cdot B_2(p) \cdot B_3(p)}{1 + B_1(p) \cdot B_2(p) \cdot B_3(p) \cdot B_4(p)}$$

et

$$H_2(p) = \frac{1}{B_1(p) \cdot B_2(p)}$$

Q19.

$$H_2(p) = \frac{R}{k} \cdot \left(1 + \frac{L}{R} \cdot p\right) = K_r \cdot (1 + \tau \cdot p) \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_r = \frac{R}{k}} \quad \boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

Q20.

$$H_1(p) = \frac{\frac{1}{k}}{1 + \frac{R \cdot J_{eq}}{k^2} \cdot p + \frac{L \cdot J_{eq}}{k^2} \cdot p^2} = \frac{K_m}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$$

$$\boxed{K_m = \frac{1}{k}}$$

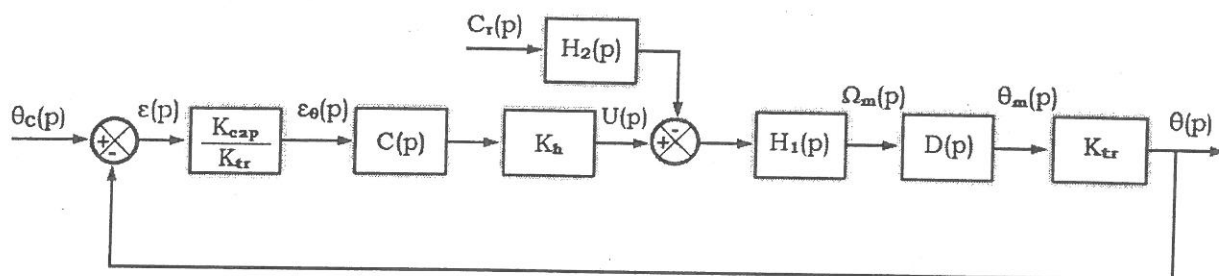
$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k^2}{L \cdot J_{eq}}}}$$

$$\boxed{\xi = \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{J_{eq}}{L \cdot k^2}}}$$

Q21. Intégrateur $D(p) = \frac{1}{p}$ Q22. Pour avoir $\varepsilon_\theta = 0$ si $\theta = \theta_c$ il faut que

$$\boxed{K_{adap} = \frac{K_{cap}}{K_{tr}}}$$

Q23



$$\boxed{K_1 = \frac{K_{cap}}{K_{tr}} \cdot K_h}$$

$$\boxed{H(p) = \frac{K_m \cdot K_{tr}}{p \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2\right)}}$$

Q24.

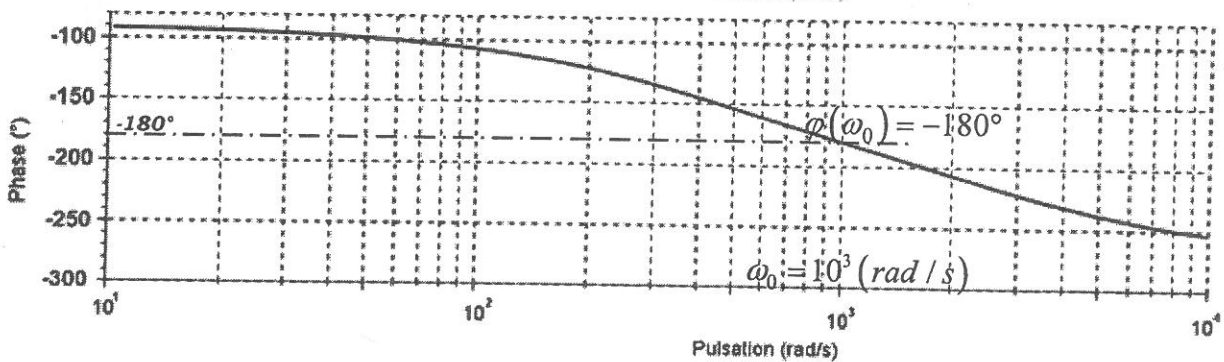
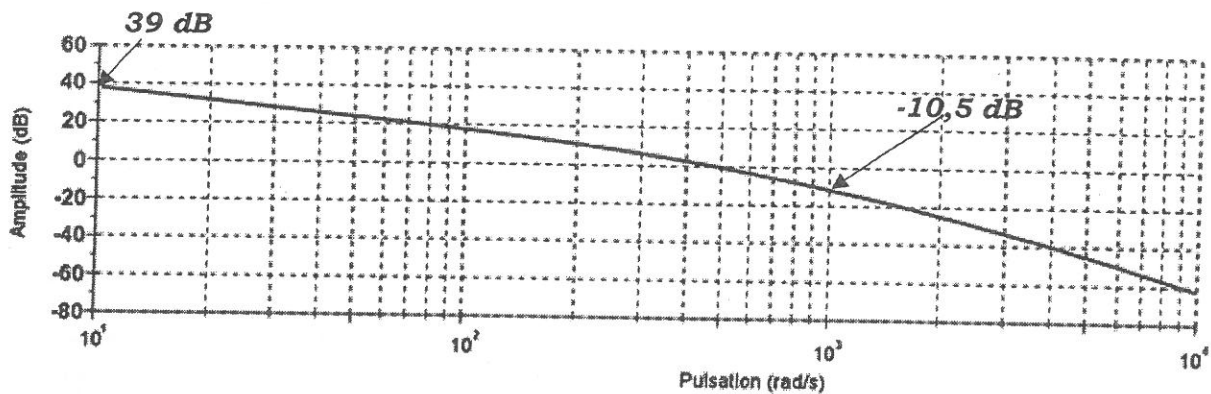
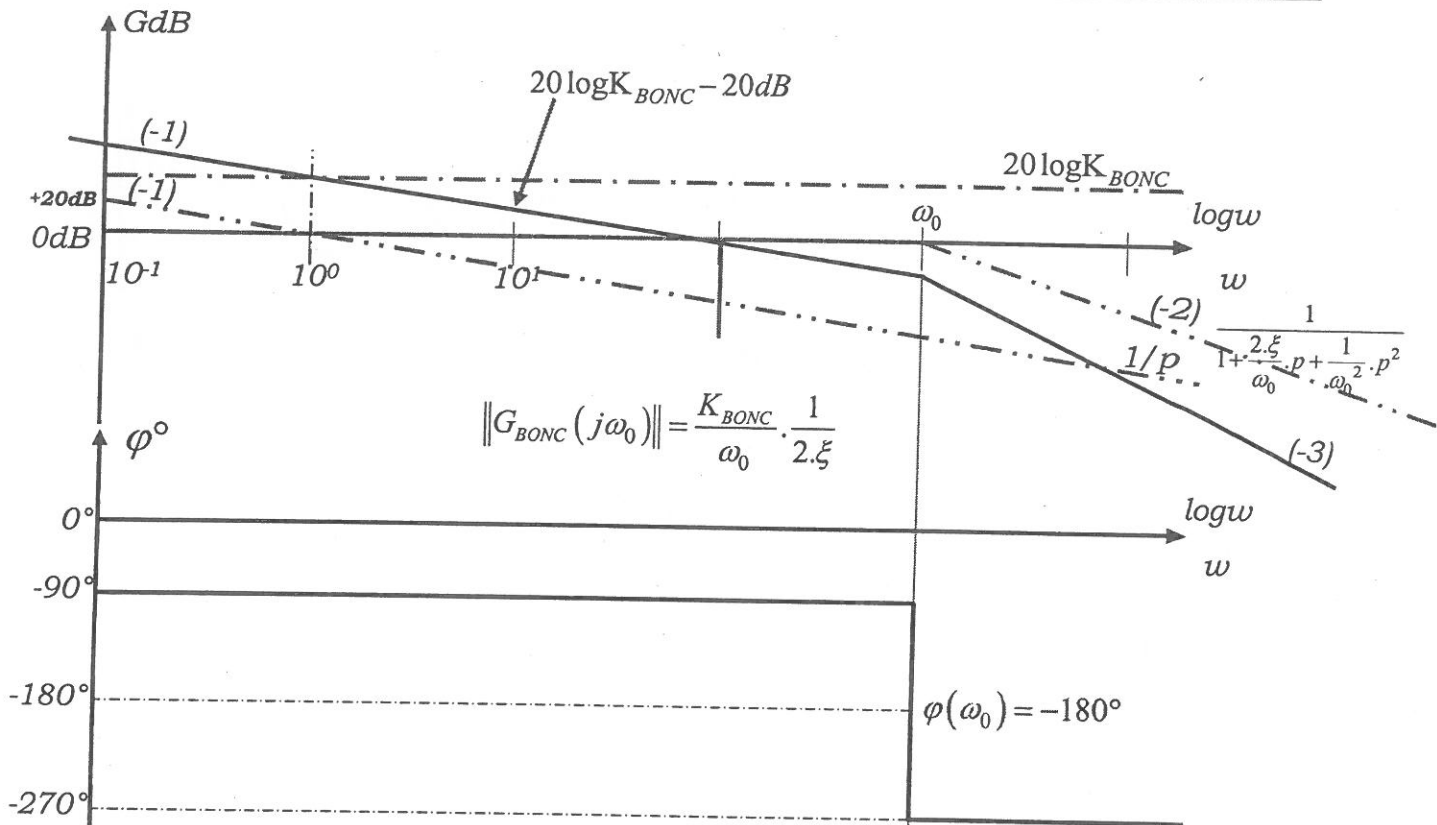
$$G_{BONC}(p) = \frac{K_1 \cdot K}{p \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2\right)}$$

Gain : $K_{BONC} = K_1 \cdot K$

Ordre 3

Classe 1

Q25.



$$20 \log K_{BONC} - 20 \text{ dB} = 39 \text{ dB} \Rightarrow 20 \log K_{BONC} = 59 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow K_{BONC} = 10^{\frac{59}{20}} \approx 891$$

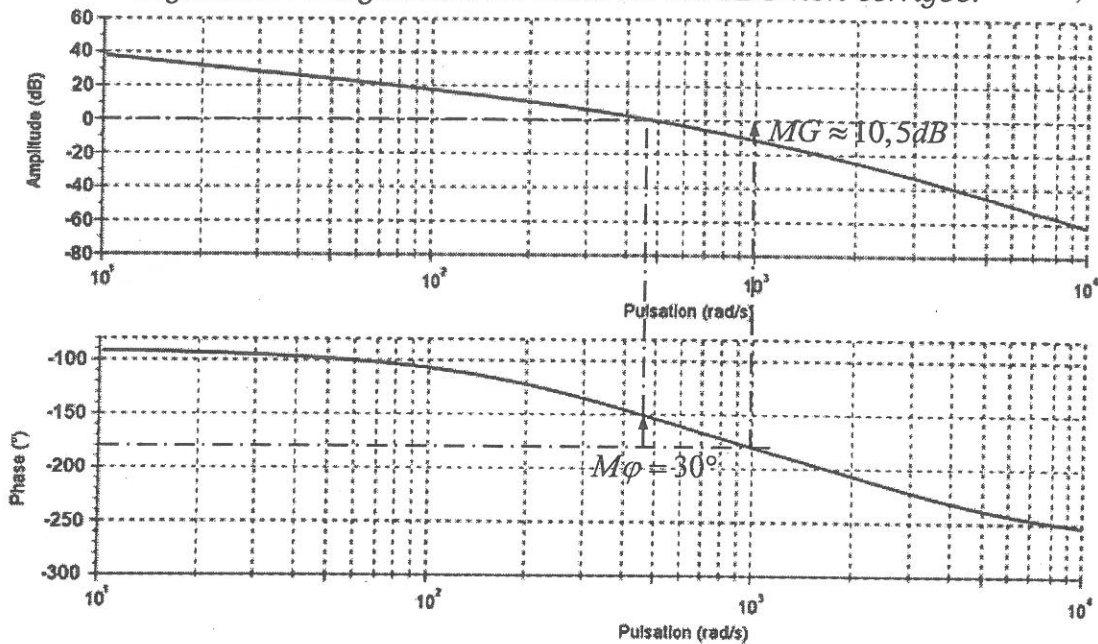
$$\omega_0 = 10^3 \text{ (rad/s)}$$

$$\|G_{BONC}(j\omega_0)\| = \frac{K_{BONC}}{\omega_0} \cdot \frac{1}{2\xi} \approx 10^{\frac{-10.5}{20}} \Rightarrow \xi = \frac{K_{BONC}}{\omega_0} \cdot \frac{1}{2 \cdot 10^{\frac{-10.5}{20}}}$$

$$\Rightarrow \xi \approx 1.5$$

Q26. Marge de gain : $MG \approx 10,5\text{dB}$ Marge de phase : $M\phi = 30^\circ$ Marges respectées

Figure R2 : Diagramme de Bode de la FTBO non corrigée.



$$\text{Q27. } \varepsilon(p) = \frac{\theta_c(p) + H(p) \cdot H_2(p) \cdot C_r(p)}{1 + K_1 \cdot H(p)}$$

$$\text{Q28. } \varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{\frac{\theta_o}{p} + H(p) \cdot H_2(p) \cdot \frac{C_o}{p}}{1 + K_1 \cdot H(p)}$$

$$\varepsilon_s = \frac{K_r}{K_1} \cdot C_o$$

Q29. Erreur de position : Temps de réponse à 5% :

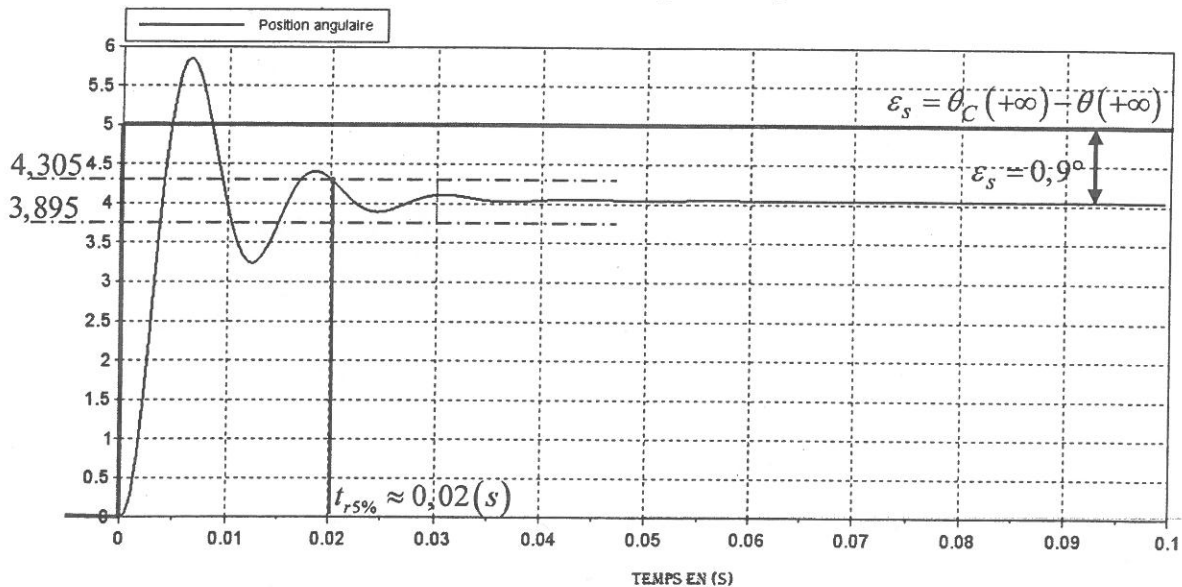


Figure R3 : réponse temporelle à un échelon de position de 5°

Rapidité : respectée

Précision : non respectée

Q30. Ce correcteur de fonction de transfert $C(p) = \frac{1}{p}$ permet d'annuler l'erreur statique. Son utilisation dans ce cas entrainera l'instabilité du système.

Q31. $K_{idB} = 20 \log K_i = -10 \text{ dB} \Rightarrow K_i = 0,316$

$K_i = 1$ Marge de gain : $MG_1 = 9 \text{ dB}$

$K_i = 0,316$ Marge de gain : $MG_2 = 19 \text{ dB}$

Pour $K_i = 0,316 \Rightarrow \begin{matrix} MG = 19 \text{ dB} \\ M\phi = 30^\circ \end{matrix} \Rightarrow \text{Stabilité respectée}$

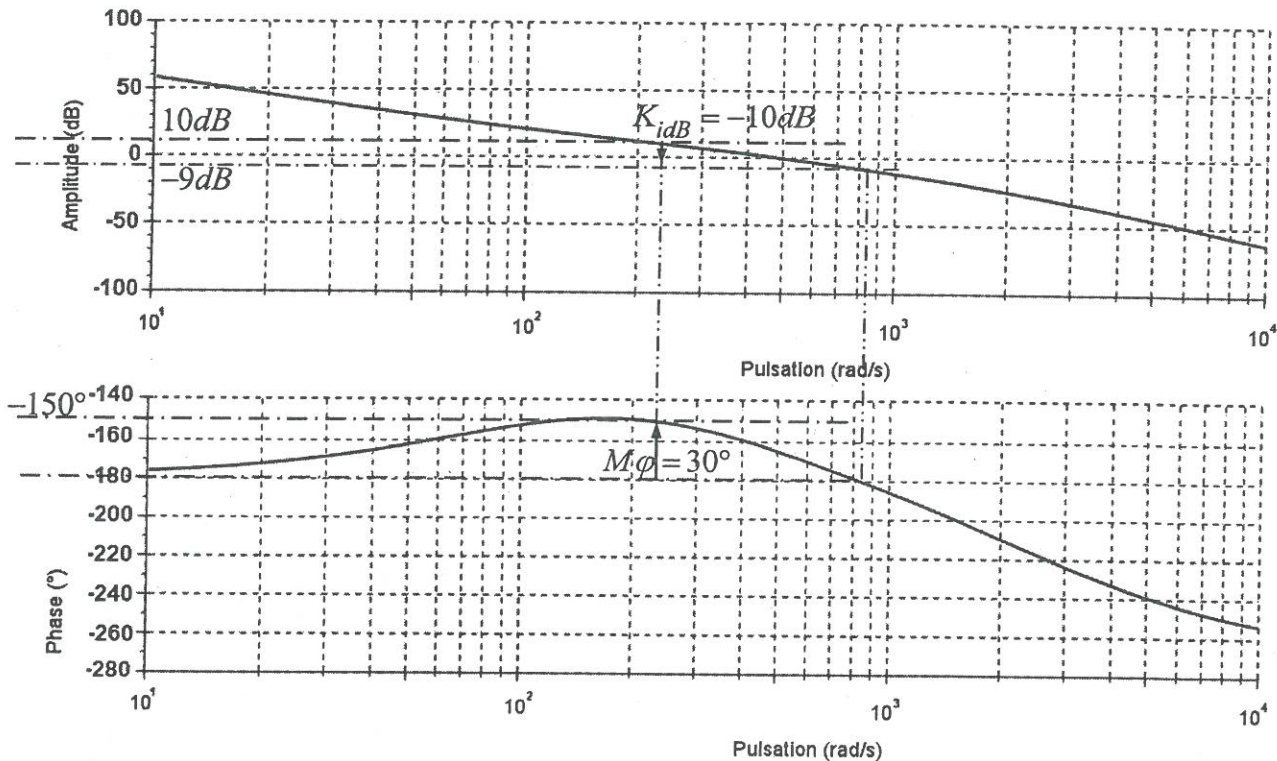


Figure R4 : Diagramme de Bode de la FTBO corrigée pour $K_i = 1$.

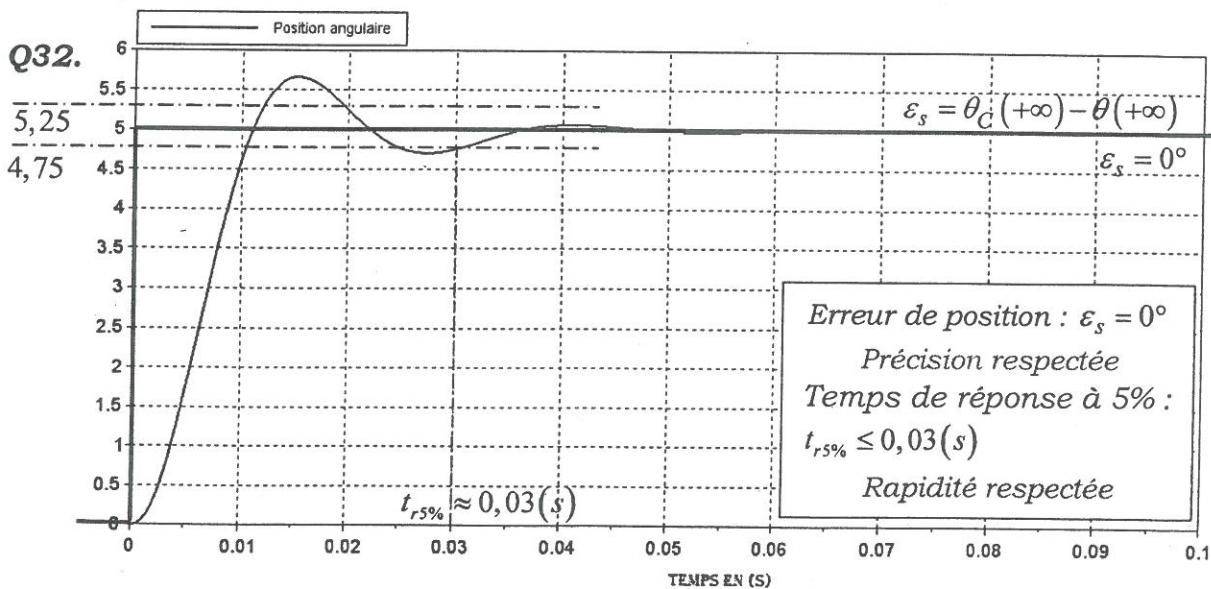


Figure R5 : réponse indicielle à un échelon de position de 5°